

PHILIPS TECHNISCH TIJDSCHRIFT

JAARGANG 29, 1968, no. 3/4

Een apparatuur voor traagheidsnavigatie

F. Hector

Zo oud als het reizen, is het probleem van de plaatsbepaling. Directe oriëntatie aan bijzonderheden, b.v. van een kustlijn, faalt bij duisternis en mist en is uiteraard geheel onbruikbaar als men oceanen wil oversteken. In de loop der eeuwen zijn verschillende navigatiesystemen in gebruik geweest. Van recente datum zijn systemen die berusten op het gebruik van traagheidskrachten en waarbij versnellingsmeters en gyroscopen worden gebruikt. In dit artikel wordt een nieuwe apparatuur voor traagheidsnavigatie beschreven, gebaseerd op het gebruik van een slinger die, in een bewegend voertuig, de verandering van de richting van de plaatselijke verticaal registreert.

Inleiding

Reeds sinds onheuglijke tijden heeft de mens geworsteld met het probleem om bij zijn reizen de plaats vast te stellen waar hij zich bevond. Aanvankelijk deed men dit, zowel bij land- als bij zeereizen, door directe waarneming van zichtbare herkenningstekens, waarbij uiteraard het beperkte zicht bij duisternis en mist moeilijkheden opleverde. Later werden waarnemingen van de zon, de maan en de sterren gebruikt. Hoewel hiermee op zee een vrij nauwkeurige bepaling van de geografische breedte mogelijk was, bleef het bepalen van de geografische lengte nog lange tijd een kapitaal probleem. In 1637 leidde een desbetreffende prijsvraag van het Gouvernement der Verenigde Nederlanden tot bekroning van een door Galilei voorgesteld systeem, dat berustte op waarneming van de verduistering der manen van Jupiter, waarvan de tijdstippen voor de meridiaan van Venetië in tabelvorm waren gegeven — zeer ingenieus maar niet bepaald eenvoudig. Uitkomst bracht pas de uitvinding van de chronometer door Christiaan Huygens en anderen. Voor de koersbepaling stond sinds de dertiende eeuw het magnetische kompas ter beschikking. Nog beter voldeed het gyroscopische kompas, dat sinds het begin van de twintigste eeuw in gebruik is.

Moeilijkheden met het zicht en enkele problemen die bij het navigeren over lange afstanden optraden verdwenen ten slotte toen aan het eind van de jaren '20 radio-navigatiesystemen werden geïntroduceerd. Hoe-

wel hierdoor de betrouwbaarheid en de veiligheid van scheepvaart en luchtverkeer belangrijk zijn verbeterd, hebben ook de laatstgenoemde systemen nog bezwaren, die heden ten dage meer en meer merkbaar worden. Radionavigatie kan alleen worden gebruikt in streken waar men bepaalde radiozenders nauwkeurig kan peilen of waar herkenningstekens met behulp van radar kunnen worden waargenomen. Dit is bij zee- en luchtreizen over de oceanen niet overal mogelijk; bovendien kan men in geval van oorlog ernstig worden gehinderd door vijandelijke stoorzenders. Door de steeds grotere snelheden komt ook meer behoefte aan navigatie-instrumenten die automatisch werken. Met het oog hierop zijn verder geperfectioneerde systemen ontwikkeld, zoals Doppler-radar en systemen die berusten op het automatisch volgen van sterren („star trackers”), maar bij de ontwikkeling van vliegtuigen met supersonische snelheden blijken ook deze systemen niet geheel te voldoen.

Tijdens de laatste twintig jaren zijn navigatiesystemen ontwikkeld waarbij gebruik wordt gemaakt van traagheidskrachten; men spreekt dan van traagheidsnavigatie (inertial navigation). Ten opzichte van alle andere systemen heeft men hierbij het voordeel dat, afgezien van de zwaartekracht, geen enkele informatie van buiten het te besturen voertuig nodig is; men is dus onafhankelijk van weersinvloeden, en in geval van oorlog kan de navigatie ook niet worden gestoord door vijandelijke activiteiten.

In dit artikel zal een systeem voor traagheidsnaviga-

Civilingenjör F. Hector, medewerker van Svenska A.B. Philips, Stockholm.

tie worden beschreven dat is ontwikkeld door Svenska AB Philips te Stockholm. Het is bestemd voor vliegtuigen en er werd de eis aan gesteld dat het moest kunnen werken bij supersonische snelheden tot Mach 2, d.i. 1000 zeemijlen^[1] per uur. Verder moest het geschikt zijn voor gebruik bij oceaanoluchten van b.v. 9 à 10 uur. De nauwkeurigheid moest minstens even groot zijn als bij andere navigatiesystemen. Na een oceaanolucht moet men binnen het „doelgebied” aankomen; de fout in de plaatsbepaling mag dan hoogstens 15 à 20 zeemijlen zijn.

Voordat wij overgaan tot de beschrijving van het bedoelde systeem, zullen we een uiteenzetting geven van het principe waarop traagheidsnavigatie berust en verder een beknopt overzicht van de belangrijkste eigenschappen van slingers en gyroscopen.

Het principe van de traagheidsnavigatie

Bij de meeste traagheidsnavigatiesystemen wordt de *versnelling* van het voertuig gemeten; de *verplaatsing* vindt men dan door de versnelling tweemaal te integreren. Om de verplaatsing in een horizontaal vlak te kunnen vaststellen, moet men de versnelling in twee loodrecht op elkaar staande richtingen meten. Hiertoe worden twee versnellingsmeters gemonteerd in een freem, meestal „plateau” genoemd (Engels: platform), dat de versnellingsmeters in een horizontale stand houdt. In een voertuig dat zich evenwijdig met het aardoppervlak beweegt moet het plateau dus steeds loodrecht op de plaatselijke richting van de verticaal blijven (het moet de kromming van de aarde volgen), of wel men moet op het resultaat correcties voor eventuele afwijkingen toepassen.

De eisen die men moet stellen aan de nauwkeurigheid van de horizontale stand van de versnellingsmeters zijn uiterst streng. Als zij in dit opzicht een afwijking vertonen, registreren zij ook een zekere „versnelling” als gevolg van de zwaartekracht, die (als geen correctie wordt toegepast) bij de gemeten horizontale versnelling wordt opgeteld. Doordat de zwaartekracht continu werkt en de hiermee corresponderende versnelling veel groter is dan de normale versnellingen van een vliegtuig (behalve bij de start en wanneer zeer scherpe bochten worden beschreven), kunnen op deze wijze grote fouten ontstaan. Als b.v. een versnellingsmeter zodanig is opgesteld dat hij 0,1% van de versnelling van de zwaartekracht mee-meet, ontstaat door dubbele integratie hiervan een fout in de verplaatsing die na één minuut 18 m bedraagt en na 10 minuten reeds is aangegroeid tot 1800 m. Na langere tijd zou deze fout catastrofale waarden aannemen.

De richting van de verticaal kan men bepalen met een schietlood; een voorwaarde hierbij is echter dat dit stilhangt. Ondergaat het ophangpunt een lineaire ver-

snelling of beweegt het volgens een cirkel, dan wijkt de richting van het schietlood af van de verticaal. In 1923 heeft M. Schuler^[2] langs theoretische weg aangetoond dat op het aardoppervlak een (stilhangende) slinger met een slingertijd van 84,4 min volgens de verticaal gericht blijft, onafhankelijk van bewegingen van het ophangpunt. Daar het te beschrijven navigatiesysteem op het gebruik van een dergelijke slinger is gebaseerd, komen we hierop nog nader terug.

Meting van de richtingsverandering van de verticaal

Daar een „Schuler-slinger” in een bewegend voertuig verticaal blijft, volgt zijn richting de richtingsverandering die de verticaal ten gevolge van de kromming van het aardoppervlak ondergaat. Men kan nu met behulp van een dergelijke slinger de verplaatsing van het voertuig vaststellen *zonder gebruik van versnellingsmeters*. Beschikt men nl. in het voertuig over een middel om de oorspronkelijke richting van de verticaal (op het punt van vertrek) vast te houden, dan kan men zijn verplaatsing vaststellen uit de *richtingsverandering van de verticaal* (fig. 1)^[3]. Omdat een slinger die aan een rotatie-as is opgehangen slechts één graad van vrijheid heeft, moet men twee dergelijke slingers gebruiken, waarvan de slingervlakken loodrecht op elkaar staan. Verder moeten correcties worden aangebracht voor de draaiing van de aarde, en op de resultaten moet een transformatie worden toegepast om de verplaatsing, die langs een grote cirkel is gemeten, om te zetten in een lengte- en breedteverandering.

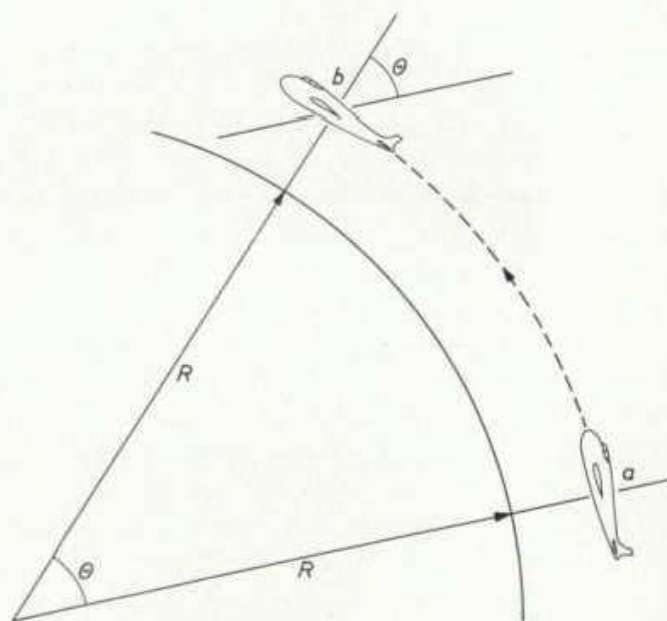


Fig. 1. De plaatsverandering van een voertuig dat zich van *a* naar *b* heeft bewogen kan worden bepaald uit de richtingsverandering Θ van de plaatselijke verticaal. Hiervoor is het nodig dat in het voertuig de richting die de verticaal op het punt van vertrek heeft kan worden „vastgehouden”. R is de straal van de aarde.

Op het hier geïllustreerde principe is het te beschrijven navigatiesysteem gebaseerd.

De verticaal wijkt af van de richting naar het middelpunt der aarde. Dit komt doordat de richting van de zwaartekracht niet alleen wordt bepaald door de aantrekkingskracht van de aarde maar ook door de centrifugale kracht. De hoek tussen de verticaal en het equatorvlak wordt de *astronomische breedte* genoemd (fig. 2). Voor de plaatsbepaling heeft men echter de *geografische*

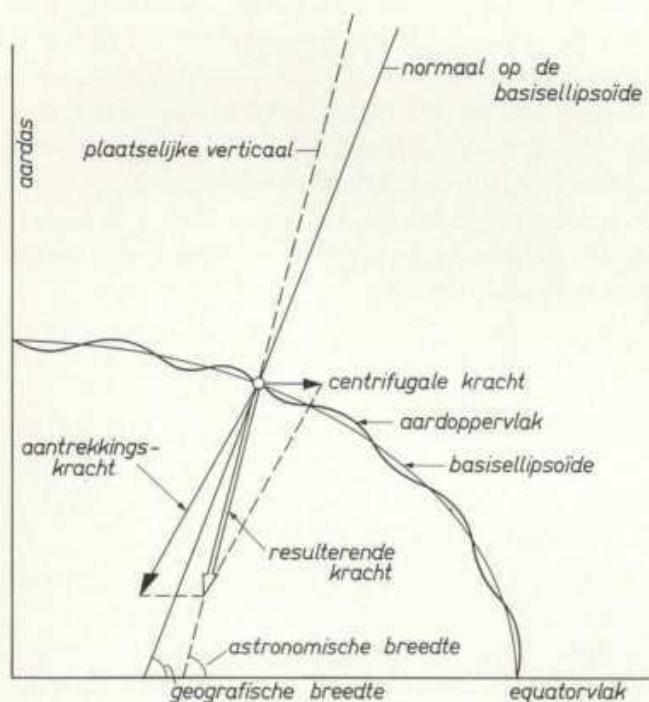


Fig. 2. Verband tussen aantrekkingskracht van de aarde, centrifugale kracht, resulterende zwaartekracht, geografische breedte en astronomische breedte.

breedte nodig; dit is de hoek tussen het equatorvlak en de normaal op de aarde, waarbij de aarde als een zuivere ellipsoïde (de basisellipsoïde) wordt opgevat. De hoek tussen deze beide breedtes wordt de (plaatselijke) afwijking van de verticaal genoemd. De grootte hiervan is niet constant, maar zij overschrijdt zelden 10 boogseconden. Deze afwijking wordt in hetgeen volgt verwaarloosd.

Slingers

Een *fysische slinger* bestaat uit een vast lichaam dat is opgehangen aan een rotatie-as die boven zijn zwaartepunt ligt. Voor kleine uitwijkingen is dan de slinger-tijd:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (1)$$

Hierin is m de massa van het lichaam, I zijn traagheidsmoment ten opzichte van de as, h de afstand van de as tot het zwaartepunt en g de versnelling van de zwaartekracht.

[1] In overeenstemming met het gebruik bij de navigatie geven wij in dit artikel afstanden aan in zeemijlen. 1 zeemijl (naut. m.) = 1851,9 m.

[2] M. Schuler, Die Störung von Pendel- und Kreisellapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges, Phys. Z. 24, 344-350, 1923.

[3] Deze methode berust op hetzelfde principe als navigatie door waarneming van hemellichamen.

In een bepaald geval spreekt men van een *mathematische slinger*. Deze bestaat uit een lichaam met verwaarloosbare afmetingen dat is opgehangen met behulp van een koord, dat als gewichtloos en onrekbaar wordt beschouwd. In dit geval is h gelijk aan de afstand van het ophangpunt tot het zwaartepunt van het lichaam, en het traagheidsmoment is $I = mh^2$, zodat de slinger-tijd wordt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (2)$$

Een slinger die niet in beweging is ten opzichte van het aardoppervlak hangt volgens de richting van de plaatselijke verticaal; men kan hem beschouwen als een schietlood. Maar wanneer het ophangpunt deel uitmaakt van een voertuig dat een versnelde horizontale beweging uitvoert, wijkt de richting van de slinger van de verticaal af. Alleen een Schuler-slinger, die een slingertijd van 84,4 min heeft, blijft, zoals reeds eerder werd vermeld, in de verticale stand, onafhankelijk van bewegingen van het ophangpunt. Schuler zelf heeft er evenwel reeds op gewezen dat een slinger die aan de genoemde voorwaarde voldoet niet met mechanische middelen is te verwezenlijken. Een mathematische slinger zou, om de gewenste slingertijd te verkrijgen, een lengte moeten hebben gelijk aan de straal van de aarde, terwijl bij een fysische slinger met een realiseerbare massa de afstand tussen de draaiingsas en het zwaartepunt enkele nanometers zou moeten zijn, wat uiteraard ook onuitvoerbaar is.

Om de genoemde eigenschappen van een Schuler-slinger aan te tonen, beschouwen we een slinger waarvan het ophangpunt in een meridiaanvlak langs het oppervlak van de aarde beweegt. (De aarde beschouwen we hierbij als een bol, fig. 3.) Deze slinger blijft volgens de verticaal gericht als zijn hoekversnelling gelijk is aan de hoekversnelling $\ddot{\theta}$ van de lijn naar het aardmiddelpunt. In dit geval is de lineaire versnelling van de slinger $R\ddot{\theta}$, en het

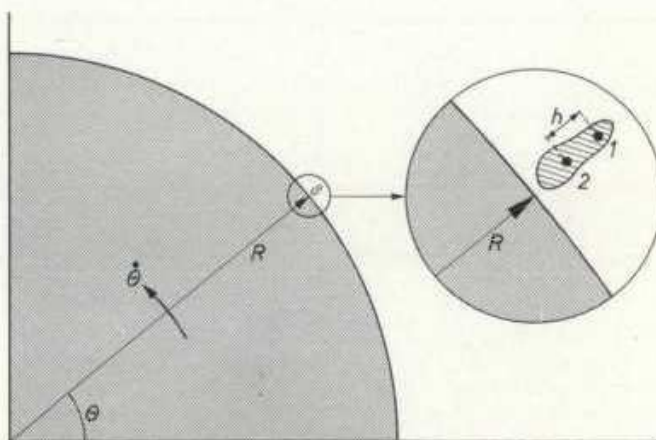


Fig. 3. Bepaling van de richting van de plaatselijke verticaal met een fysische slinger. R straal van de aarde. θ geografische breedte van de beschouwde plaats op aarde. 1 ophangpunt, 2 zwaartepunt van de slinger, h afstand tussen 1 en 2.

koppel dat ten gevolge van deze versnelling op het lichaam van de slinger werkt, is $m h R \ddot{\theta}$. Om een hoekversnelling $\ddot{\theta}$ te krijgen, moet dit koppel gelijk zijn aan $I \ddot{\theta}$; het traagheidsmoment moet dus zijn:

$$I = m h R.$$

Volgens (1) is de slingertijd dan:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Vergelijken met formule (2) leert dat een mathematische slinger waarvan de lengte gelijk is aan de aardstraal de gewenste eigenschap heeft. Vullen we voor R in $6,37 \times 10^6$ m en nemen we voor g de waarde $9,81$ m/s², dan vinden we $T \approx 84,4$ min. Nemen we bij de fysische slinger voor m en I goed realiseerbare waarden aan, b.v. resp. 1 kg en 10^{-2} kg m², dan vinden we voor h ongeveer $1,6 \times 10^{-9}$ m.

Hoewel dus een zuiver mechanische realisatie van een Schuler-slinger niet mogelijk is, kan men de gewenste zeer lange slingertijd wel verkrijgen met behulp van bepaalde elektronische servomechanismen. Eén hiervan zullen wij thans beschouwen.

Elektrische terugkoppeling

Fig. 4 toont een slinger die is uitgerust met een elektrisch terugkoppelsysteem. Op de as PA is een generator SG_p bevestigd die een signaal levert dat, na te zijn versterkt, wordt toegevoerd aan een „koppelopwekker” TG_p . Deze oefent op de as een koppel uit waarvan de grootte afhangt van het toegevoerde signaal e_T .

Een slinger met zulk een terugkoppeling kan wor-

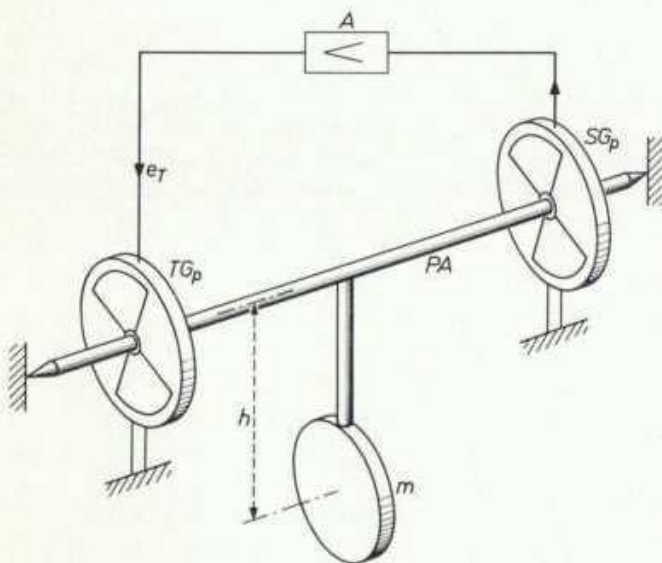


Fig. 4. Schematische voorstelling van een slinger met elektrische terugkoppeling. PA as van de slinger. m slinger massa. h lengte van de slinger. SG_p generator. A versterker. TG_p koppelopwekker. e_T signaal dat wordt toegevoerd aan TG_p . Als SG_p een signaal levert dat evenredig is met de draaiingshoek, vormt dit geheel een versnellingsmeter (rebalanced pendulous accelerometer). De slingertijd van de slinger is dan zeer klein. Wordt echter een generator gebruikt die een signaal levert dat evenredig is met de hoekversnelling, dan wordt de slingertijd vergroot, zodat een Schuler-slinger kan worden verkregen.

den gebruikt als versnellingsmeter. Hiertoe moet de generator SG_p een signaal leveren dat evenredig is met de hoekafwijking van de slinger ten opzichte van de verticaal. Een dergelijke afwijking wordt dan, bij een voldoende grote versterking, door de koppelopwekker vrijwel tot nul gereduceerd: het terugkoppelsysteem werkt als een kunstmatige veer. De slingertijd van een dergelijke „rebalanced accelerometer” is zeer klein. Wordt nu de slinger versneld in een horizontaal vlak, in een richting loodrecht op de as PA , dan is het signaal e_T dat aan de koppelopwekker nodig is om de verticale stand te handhaven een maat voor de versnelling a . Bij verwaarlozing van inschakelverschijnselen volgt a uit de vergelijking:

$$e_T S_T = m h a,$$

of

$$a = \frac{S_T}{m h} e_T.$$

Hierin is S_T de gevoeligheid van de koppelopwekker (newtonmeter per volt).

In plaats van een generator die een signaal levert dat evenredig is met de hoekafwijking, kan men ook een generator toepassen waarvan het signaal evenredig is met de hoekversnelling van de slinger. In dit geval ontstaat door de terugkoppeling een schijnbare vergroting van het traagheidsmoment van de slinger, wat uit de volgende berekening blijkt.

De bewegingsvergelijking van de slinger is nu:

$$I \ddot{\theta} + m h g \theta + S_G A S_T \ddot{\theta} = 0,$$

waarbij θ de afwijking van de vertikaal is, S_G de gevoeligheid van de generator (volt per eenheid van hoekversnelling), A de versterking van de versterker en S_T weer de gevoeligheid van de koppelopwekker. Uit deze vergelijking volgt voor de slingertijd:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I + B}{m h g}}, \dots \dots (3)$$

waarin

$$B = S_G A S_T \dots \dots \dots (4)$$

de schijnbare toeneming van het traagheidsmoment vormt. Door B voldoende groot te maken, kan men een slingertijd verkrijgen van $84,4$ min (ongeveer 5000 s), zoals voor een Schuler-slinger wordt vereist. Als de oorspronkelijke slingertijd van de slinger een praktisch realiseerbare waarde heeft, b.v. $0,5$ s, ontstaat een Schuler-slinger door een schijnbare vergroting van het traagheidsmoment met een factor 10^8 .

De generator SG_p , die een signaal moet leveren dat evenredig is met de hoekversnelling, wordt hierna nog nader beschouwd. Wij willen er echter op wijzen dat men ter vergroting van het traagheidsmoment ook een generator kan gebruiken die een signaal levert dat evenredig is met de hoek-snelheid of, zoals

hierboven reeds werd beschouwd, met de hoek-afwijking. In deze gevallen moet, om een schijnbare vergroting van het traagheidsmoment te krijgen, het signaal een- of tweemaal worden gedifferentieerd.

Gyroscoepen

Een gyroscoop bevat als hoofdelement een *tol*, d.i. een lichaam dat snel om een van zijn hoofdtraagheidsassen roteert. De hoeksnelheden om andere assen moeten klein zijn ten opzichte van de rotatiesnelheid van de tol. De as van de tol draait in lagers met een zeer geringe wrijving. Door toepassing van de wetten van Newton kan men de belangrijkste eigenschap van een dergelijke draaiende tol verklaren, nl. het feit dat hij weerstand biedt tegen een verandering van de richting van zijn rotatie-as. Als de lagers van de tol worden bevestigd in een stel cardanische beugels die als wrijvingsloos kunnen worden beschouwd (fig. 5), zal de tol zijn richting in de ruimte handhaven, onafhankelijk van bewegingen die het freem uitvoert waarin het geheel is gemonteerd.

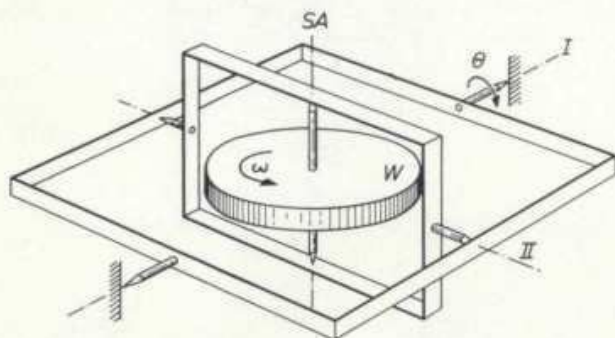


Fig. 5. Schematische voorstelling van een gyroscoop. SA as van de tol W , welke laatste roteert met een hoeksnelheid ω . I en II assen van cardanische beugels.

Uit de wetten van Newton volgt eveneens dat een koppel, uitgeoefend op een van de assen van de cardanische beugels, een draaiing veroorzaakt om de andere as. Dit verschijnsel duidt men aan als *precessie*. De richting waarin de laatstgenoemde draaiing plaatsvindt is zodanig dat de draairichting van de tolernaar streeft samen te vallen met het moment van het uitgeoefende koppel. De vergelijking volgens welke de precessiebeweging plaatsvindt luidt:

$$T_0 = H\dot{\theta} \quad (5)$$

Hierin is H het impulsmoment van de tol, d.i. het product van zijn traagheidsmoment I_w en zijn hoeksnelheid ω :

$$H = I_w\omega \quad (6)$$

Verder is θ de draaiingshoek om een van de cardanische assen (b.v. de as I; dus is $\dot{\theta}$ de hoeksnelheid om deze as), en T_0 het koppel om de andere as (II).

Gyroscoop met bewegingsbeperking door veren

De hoeksnelheid om een van de assen kan men volgens verg. (5) bepalen door het koppel om de andere as te meten. Hiertoe kan men de beweging van de gyroscoop om de laatstgenoemde as laten tegenwerken door een of meer veren (fig. 6). Het koppel is dan even-

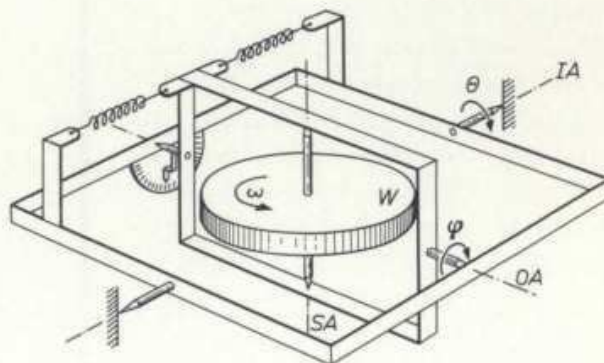


Fig. 6. Gyroscoop waarbij de beweging om een van zijn assen wordt tegengewerkt door veren. De draaiingshoek φ om deze as (de uitgangsas OA), die is af te lezen op de links getekende schaal, is nu evenredig met de hoeksnelheid $\dot{\theta}$ om de andere as (de ingangsas IA). Het geheel vormt een hoeksnelheidsgyroscoop (rate gyro).

redig met de draaiingshoek φ om deze as:

$$T_0 = K\varphi \quad (7)$$

Hierin is K de veerconstante. De gyroscoop heeft dan nog slechts één graad van vrijheid, nl. rotatie om een der cardanassen; deze as noemt men gewoonlijk de *ingangsas* (IA). De andere cardanas, dus die waaraan het koppel wordt gemeten, noemt men de *uitgangsas* (OA).

Uit (5) en (7) volgt nu:

$$\varphi = \frac{H}{K} \dot{\theta} \quad (8)$$

De draaiingshoek om de uitgangsas is dus evenredig met de hoeksnelheid om de ingangsas. Op een schaal die op de uitgangsas is aangebracht, kan men derhalve de hoeksnelheid aflezen waarmee het toestel om de ingangsas wentelt. Om deze reden spreekt men hier van een *hoeksnelheidsgyroscoop* (rate gyro).

Bij bepaalde uitvoeringen van gyroscoepen wordt de beweging om de uitgangsas beperkt op een andere manier. De gyroscoop is dan gemonteerd in een cilindrische bus, die is ondergedompeld in een vloeistof. Het koppel dat door een dergelijke viskeuze demper wordt opgewekt, is evenredig met de hoeksnelheid om de desbetreffende as. Wordt nu de uitgangsas van een viskeuze demper voorzien, dan moet het koppel dat gepaard gaat met een hoeksnelheid om de ingangsas worden veroorzaakt doordat de gyroscoop ook om de uitgangsas draait, en wel met een hoeksnelheid die volgens (5) evenredig is met de hoeksnelheid om de ingangsas; de totale draaiingshoek om de uitgangsas is dus evenredig

met de totale hoek die de gyroscoop om de ingangsas is gedraaid, dus met de tijdsintegraal van de hoeksnelheid om deze as. Om deze reden wordt een dergelijk toestel wel aangeduid als een *integre-rende gyroscoop*.

Gyroscoop met elektrische terugkoppeling

In plaats van door een veer, kan men de beweging van een gyroscoop om een der cardanassen ook laten tegenwerken door een elektrische terugkoppeling. In fig. 7 is een gyroscoop voorgesteld waarbij de uitgangsas is voorzien van een dergelijke terugkoppeling. De generator SG_0 levert een signaal dat evenredig is met de draaiingshoek φ om deze as. Het koppel dat wordt uitgeoefend door de koppelopwekker TG_0 is dus evenredig met φ , en het terugkoppelsysteem kan worden beschouwd als een kunstmatige veer. De „veerconstante” is:

$$K' = S_{G_0} A S_{T_0}, \dots (9)$$

waarin S_{G_0} de gevoeligheid van de generator is (volt per radiaal); A en S_{T_0} zijn respectievelijk de versterking van de versterker en de gevoeligheid van de koppelopwekker. De gyroscoop van fig. 7 heeft dezelfde eigenschappen als die van fig. 6; de draaiingshoek φ om de uitgangsas is ook hier evenredig met de hoeksnelheid $\dot{\theta}$ om de ingangsas. Als indicatie van $\dot{\theta}$ is in fig. 7 geen schaal op de uitgangsas nodig; men kan hiervoor het signaal meten dat aan de koppelopwekker wordt toegevoerd. Als het opgewekte koppel evenredig is met dit signaal, is de aflezing op de getekende meter evenredig met de hoeksnelheid om de ingangsas.

Door een wijziging in de schakeling kan men een signaal verkrijgen dat evenredig is met de *hoekversnelling* om de ingangsas. Hiertoe moet een integrerende schakeling in de terugkoppelketen worden opgenomen (fig. 8). In dit geval is het koppel:

$$T_0 = S_{G_0} A \frac{1}{\tau} S_{T_0} \int \varphi dt, \dots (10)$$

waarin τ de tijdconstante van de integrator is. Uit (5) en (10) volgt:

$$\varphi = \frac{H\tau}{S_{G_0} A S_{T_0}} \ddot{\theta}. \dots (11)$$

De draaiingshoek om de uitgangsas is dus evenredig

TRAITE DE LA LUMIERE.

Où sont expliquées

Les causes de ce qui lui arrive

Dans la REFLEXION, & dans la
REFRACTION.

Et particulièrement

Dans l'étrange REFRACTION

DU CRISTAL D'ISLANDE.

Par C. H. D. Z.

Avec un Discours de la Cause

DE LA PESANTEUR.



A L E I D E;

Chez PIERRE VANDER A A, Marchand Libraire.
M D C X C.

ACAD

LVGD

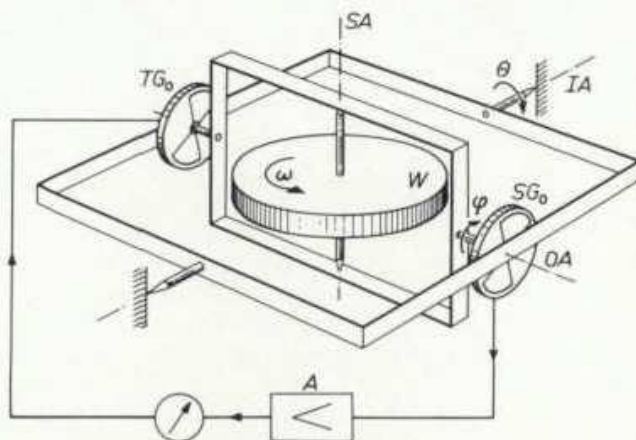


Fig. 7. Hoeksnelheidsgyroscoop (rate gyro) met elektrische terugkoppeling. SG_0 generator die een signaal levert dat evenredig is met de draaiingshoek φ om de uitgangsas OA. A versterker. TG_0 koppelopwekker. Ook nu is φ evenredig met de hoeksnelheid $\dot{\theta}$ om de ingangsas IA.

DE LA PESANTEUR.

143

plomb pefe autant vers le bas, qu'elle peferoit vers le haut, si, demeurant à la mefme diftance du centre de la Terre, elle tournoit autour avec autant de viteffe que fait la matiere fluide. Mais je trouve par ma Theorie du mouvement Circulaire, qui s'accorde parfaitement avec l'experience, qu'un corps tournant en cercle, si on veut que fon effort à s'éloigner du centre, égale jufte ment l'effort de fa fimple pefanteur, il faut qu'il faffe chaque tour en autant de temps, qu'un Pendule, de la longueur du demi diametre de ce cercle, en emploie à faire deux allées. Il faut donc voir en combien de temps un pendule, de la longueur du demidiametre de la Terre, feroit ces deux allées. Ce qui eft aifé par la propriété connue des pendules, & par la longueur de celui qui bat les Secondes, qui eft de 3 pieds 8 lignes, mefure de Paris. Et je trouve qu'il faudroit pour ces deux vibrations 1 heure 24 minutes; en fuppo fant, fuivant l'exaéte dimenfion de Mr. Picard, le demidiametre de la Terre de 19615800 pieds de la mefme mefure. La viteffe donc de la matiere fluide, à l'endroit de la furface de la Terre, doit eftre égale à celle d'un corps qui feroit le tour de la Terre dans ce temps de 1 heure, 24 minutes. Laquelle viteffe eft, à fort peu pres, 17 fois plus grande que celle d'un point fous l'Equateur, qui fait le mefme tour, à l'égard des Etoiles fixes, comme on doit le prendre icy, en 23 heures, 56 minutes. ce qui paroît par la proportion entre ce temps & celui d'une heure 24 minutes, qui eft tres pres comme de 17 à 1.

Je fçay que cette rapidité femblera étrange à qui la voudra comparer avec les mouvemens qui fe voient icy parmy nous. Mais cela ne doit point faire de difficulté; & mefme, par rapport à la sphere, ou à la grandeur de la Terre, elle ne paroît point extraordinaire. Car fi, par exemple, en regardant un Globe Terreftre, de ceux qu'on fait pour l'ufage de la Geographie,

V 2

phic,

De „Schuler-periode” van 84,4 min, die zulk een belangrijke rol speelt in het artikel van F. Hector in dit nummer, is blijkens de daar gegeven afleiding gelijk aan de slingertijd van een mathematische slinger met een lengte gelijk aan de straal van de aarde. Deze slingertijd werd al in de zeventiende eeuw berekend door Christiaan Huygens — de desbetreffende passage vindt men op de hiernaast gereproduceerde bladzijde uit zijn verhandeling „Discours de la Cause de la Pesanteur”, die in 1690 in Leiden werd gepubliceerd.

Voor Huygens was de genoemde slingertijd van belang omdat deze — zoals hij had aangetoond — gelijk is aan de omlooptijd van een voorwerp dat zich nabij het oppervlak van de aarde beweegt met een zo grote snelheid dat de centrifugale kracht juist in evenwicht is met de zwaartekracht. Dit is de bekende voorwaarde waaraan de Spoetnik en de talloze later gelanceerde satellieten moeten voldoen om rond de aarde te blijven cirkelen; inderdaad hebben deze, voor zover hun baan niet hoger ligt dan ongeveer 200 km (juist buiten het gebied waar de wrijving van de atmosfeer voelbaar is), een omlooptijd van ongeveer 1½ uur. Wie vol bewondering de ontwikkeling van deze satellieten heeft gevolgd, zal wellicht verrast zijn te zien dat deze fundamentele omlooptijd van een voorwerp dat om de aarde cirkelt reeds in de zeventiende eeuw juist en tamelijk nauwkeurig was berekend.

Natuurlijk droomde Huygens nog niet van kunstmatige satellieten, en ook het belang van de Schuler-slingertijd voor de navigatie was hem vermoedelijk geheel vreemd. Hij voerde de genoemde berekeningen uit ter ondersteuning van een merkwaardige theorie van de zwaartekracht. Deze theorie (de werveltheorie) was door Descartes opgesteld om de werking op een afstand te elimineren, waarop de zwaartekracht-theorie van Newton gebaseerd was en die voor vele van zijn tijdgenoten moeilijk te aanvaarden was.

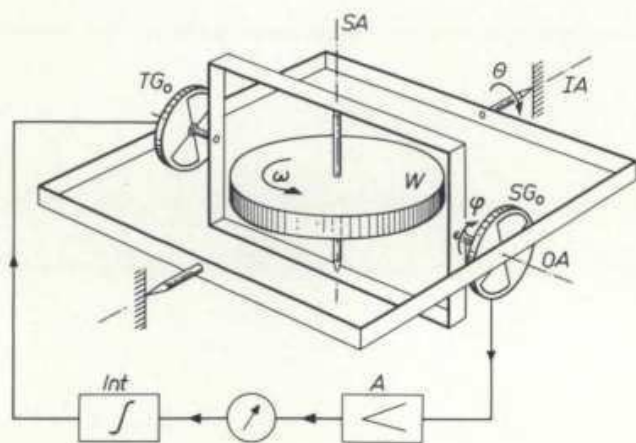


Fig. 8. Neemt men een integrerende schakeling *Int* in de terugkoppeling op, dan wordt de draaiingshoek φ om de uitgangsas *OA*, en dus ook de aflezing op de meter, evenredig met de hoekversnelling $\ddot{\theta}$ om de ingangsas *IA*.

met de hoekversnelling om de ingangsas. Als indicatie kan weer het signaal van de generator worden gebruikt, dat, na versterking, afgelezen kan worden op de getekende meter.

Het R.A.M.P., een combinatie van een slinger en een gyroscoop

Daar een gyroscoop waarvan de uitgangsas is uitgerust met een integrerend terugkoppelsysteem een signaal levert dat evenredig is met de hoekversnelling om de ingangsas, kan men hiervan gebruik maken om volgens het in fig. 4 geschetste beginsel een kunstmatige vergroting van het traagheidsmoment van een slinger te verkrijgen. In fig. 9 is het principe van een dergelijk toestel geschetst. De buitenste cardanbeugel van de gyroscoop vormt de slinger en is hiertoe belast met

wordt het freem gedraaid door een servomotor, die wordt gestuurd door een signaal dat afhangt van de draaiingshoek van de slinger ten opzichte van het freem. Dit signaal kan worden geleverd door een generator op de slingeras (SG_p in fig. 9).

Fig. 10 is een schets van een constructie die meer met de werkelijkheid overeenkomt dan de schematische voorstelling van fig. 9. De signaalgenerator SG_p is in feite een differentiaal-transformator, in de figuur met PO aangegeven.

Dank zij het gebruik van onderdelen met zeer kleine afmetingen kan de schakeling voor het elektronische terugkoppelsysteem geheel

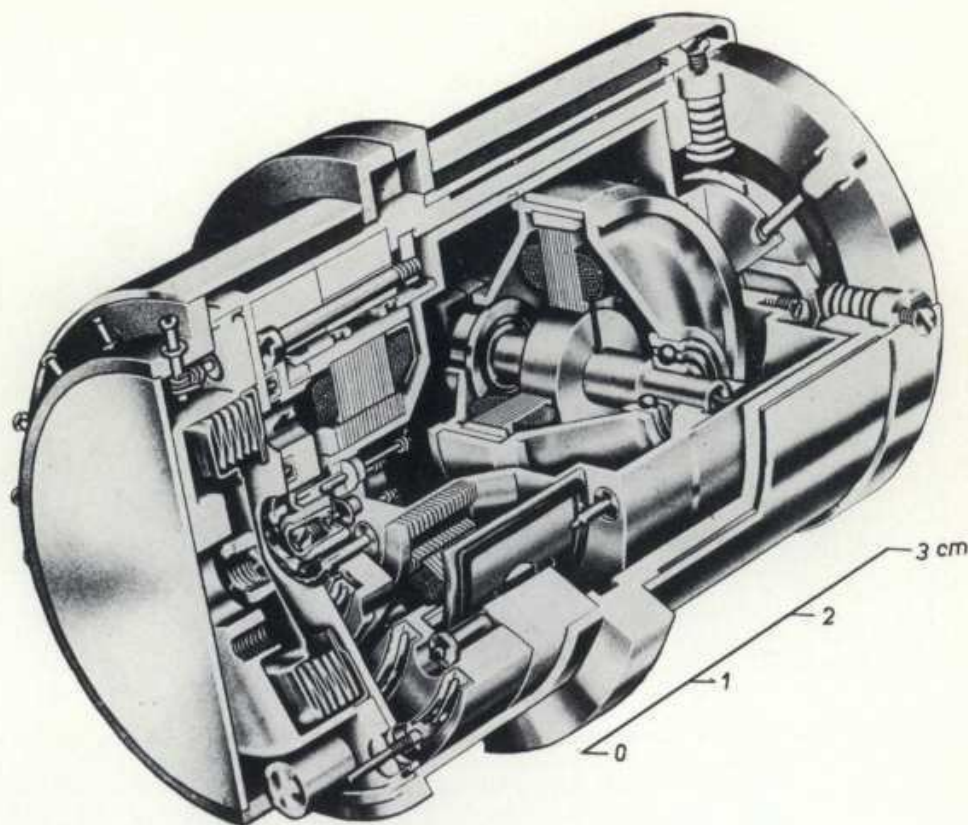


Fig. 11. Opengewerkte tekening van een zwevende gyroscoop (floating gyro).



Fig. 12. Complete slinger voor het R.A.M.P.-navigatiesysteem.

in de slinger worden ingebouwd. Hiervoor zijn dus geen verbindingen naar buiten via sleepringen nodig.

Omdat wrijving in de cardanassen een verloop van de gyroscoop veroorzaakt en het scheidend vermogen bij de hoekmetingen hierdoor ongunstig wordt beïnvloed, hebben we getracht deze tot het uiterste te beperken. De gyroscoop is daarom van een type dat men als „zwevend” (floating) aanduidt: de tol en het hiervoor nodige aandrijfmechanisme zijn ondergebracht in een cilindrisch gevormde houder, welke zich bevindt in een vloeistof met een zodanig soortelijk gewicht dat de houder hierin zweeft. Deze constructie^[1] heeft er in belangrijke mate toe bijgedragen de nauwkeurigheid van de gyroscoop te verbeteren, speciaal door het feit dat hierbij een belangrijke vermindering van de stilstaande wrijving van de gyroscoop verkregen wordt. Bij de meest recente constructie zijn de afmetingen van de gyroscoop sterk gereduceerd (impulsmoment $10^5 \text{ gcm}^2 \text{ s}^{-1}$). Fig. 11 toont een dergelijke „floating gyro”, terwijl fig. 12 een beeld geeft van het uiterlijk van een compleet R.A.M.P.

Daar bij een R.A.M.P. de slinger en de gyroscoop een eenheid vormen, is het plaatsen of vervangen hier-

[1] Het is ons een troost dat de vaktaal voor de Nederlandse vliegwereld Engels is, zodat althans de lezers uit die kring zich niet over de naamgeving zullen amuseren. Overigens is de uitspraak natuurlijk het „remp”. Red.

[4] Ontwikkeld door dr. S. C. Draper, Massachusetts Institute of Technology.

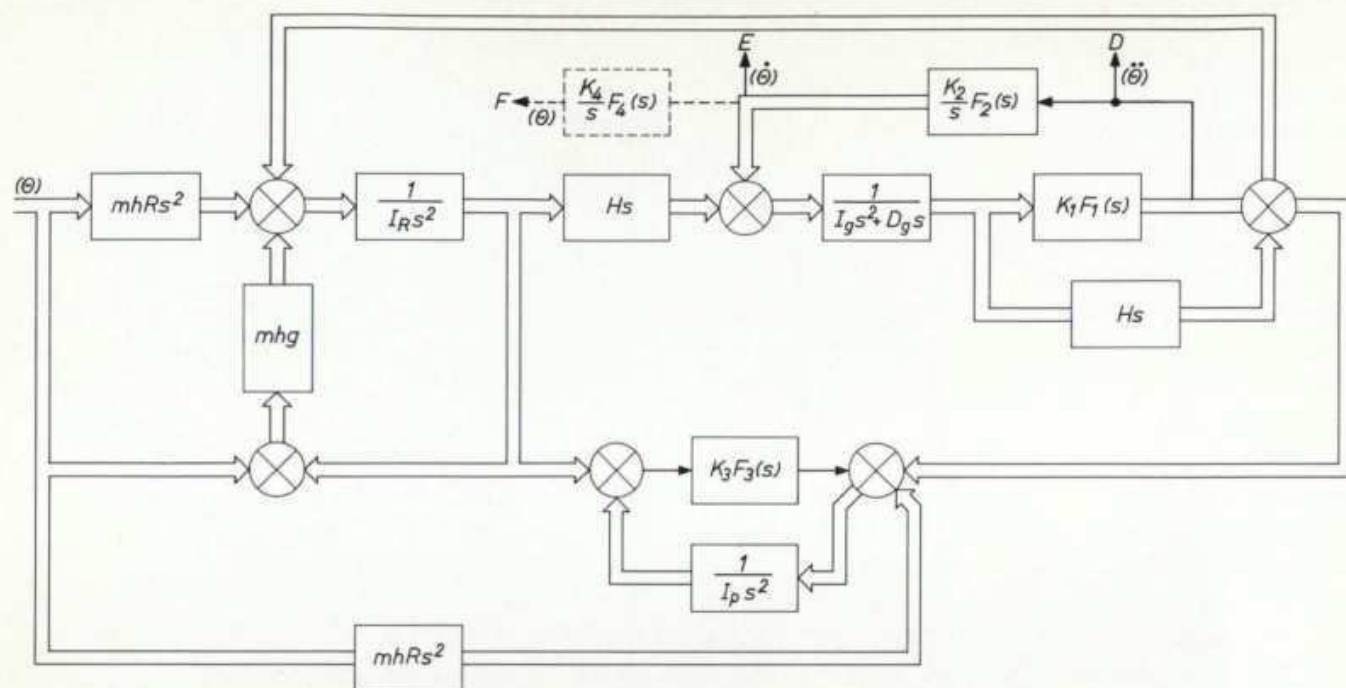


Fig. 13. Functiediagram (signal flow diagram) van een R.A.M.P., gemonteerd op een freem dat de bewegingen van de slinger volgt. De overbrengingsfuncties zijn aangeduid met hun Laplace-transformaties. s Laplace-operator. mh produkt van massa en lengte van een met de werkelijke slinger corresponderende mathematische slinger. g versnelling van de zwaartekracht. R straal van de aarde. I_R traagheidsmoment van het R.A.M.P. H impulsmoment van de tol. I_g traagheidsmoment van de cardanbeugel. D_g viskeuze dempingscoëfficiënt. I_p traagheidsmoment van het freem. $K_1 \dots K_4$ constanten. $F_1 \dots F_4$ Laplace-transformaties van de overbrengingsfuncties van correctienetwerken. D , E en F uitgangssignalen (zie fig. 9).

van in het freem een eenvoudige handeling ^[5]. De afmetingen zijn zodanig gekozen dat voor de vervaardiging van de apparatuur geen stofvrije ruimte nodig is.

Ter nadere bestudering van de eigenschappen van het R.A.M.P. met een freem dat zijn bewegingen volgt, is het nuttig een functieschema (signal flow diagram) hiervan op te stellen. De overbrengingsfuncties van de verschillende onderdelen worden hierin gegeven in de vorm van Laplace-transformaties. In fig. 13 geven we dit diagram weer, doch we zullen hier niet nader op details ingaan.

De volledige apparatuur

Aangezien bij de navigatie de verplaatsing van het vliegtuig in twee loodrecht op elkaar staande richtingen dient te worden bepaald, moet gebruik worden gemaakt van twee R.A.M.P.'s, die we als X-R.A.M.P. en Y-R.A.M.P. aanduiden. Het freem waarin deze zijn gemonteerd (plateau, inertial platform) volgt de beide slingers door een servomechanisme. Om de richting van het vliegtuig te kunnen vaststellen, is een richtingsgyroscop in het plateau aanwezig. Van deze zogenaamde Z-gyroscop staat de ingangssas verticaal. De zo ver-

kregen configuratie is in fig. 14 geschetst. Bij gebruik van het toestel wordt de x -richting, die correspondeert met de slingeras van het X-R.A.M.P., naar het noorden gericht en de y -richting (slinger as van het Y-R.A.M.P.) naar het oosten (zie fig. 2b).

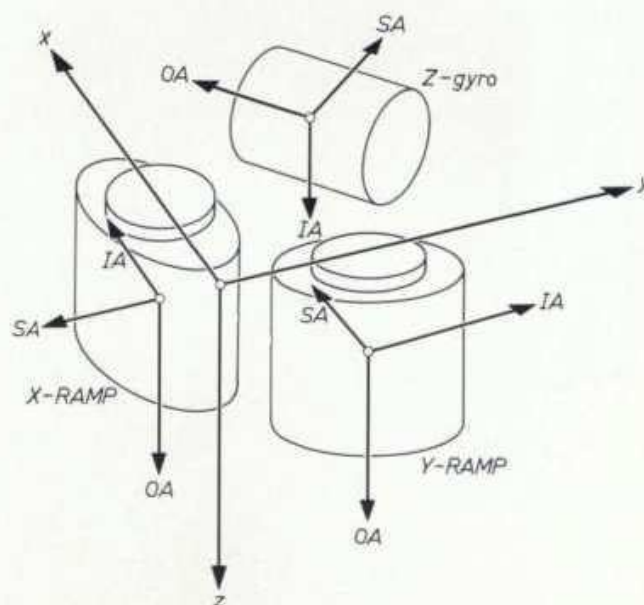


Fig. 14. Opstelling van twee R.A.M.P.'s en een gyroscop in het plateau bij een R.A.M.P.-navigatiesysteem. De richtingen van de tolassen, ingangssassen en uitgangssassen zijn aangegeven met SA, IA en OA. De ingangssassen corresponderen met de coördinaatassen x , y en z (zie fig. 26).

^[5] Bij traditionele systemen voor traagheidsnavigatie moeten gyroscopen en versnellingsmeters afzonderlijk worden ingesteld.

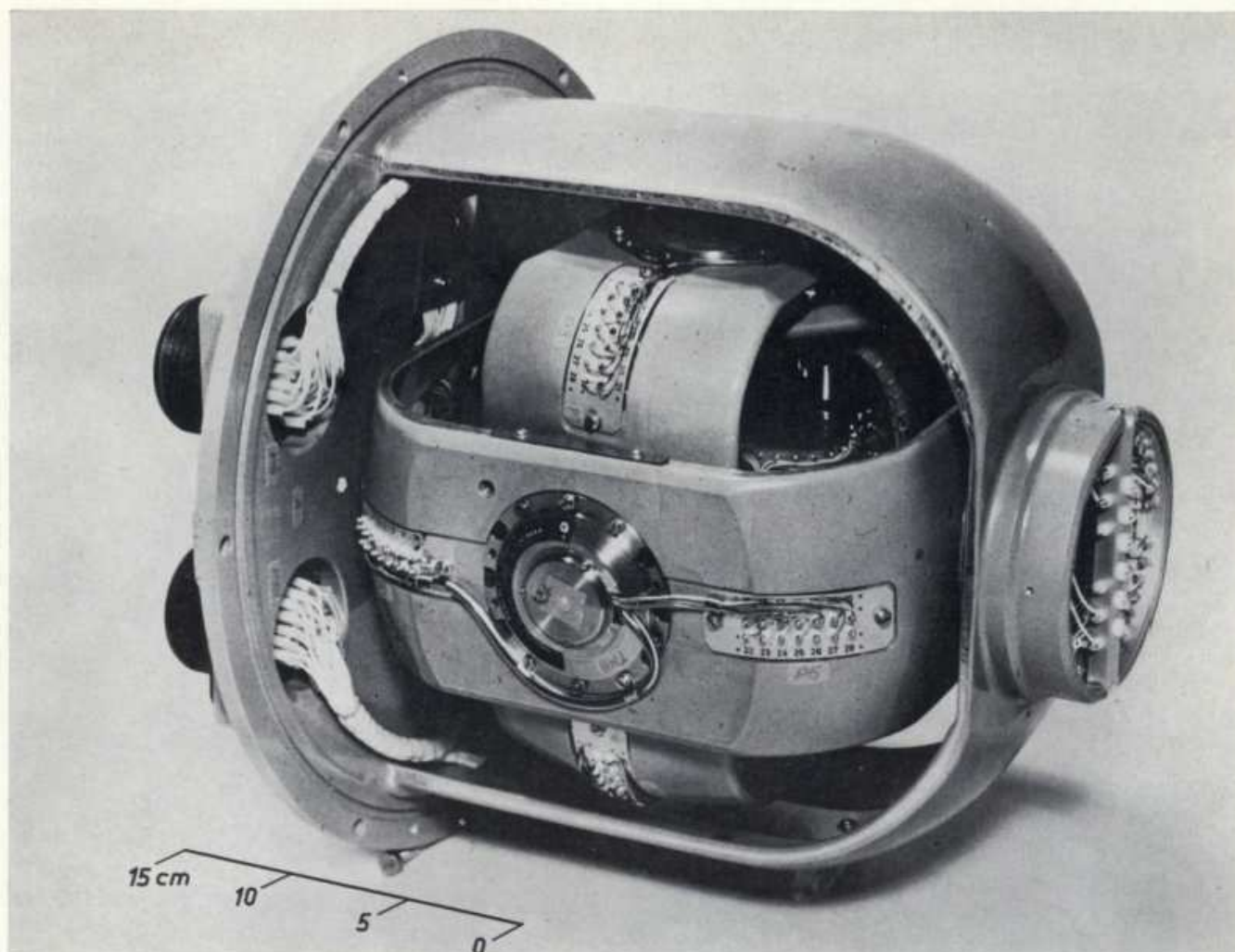


Fig. 15. Plateau van het R.A.M.P.-navigatietoestel. Hierin bevinden zich twee R.A.M.P.'s en een richtingsgyroscop.

Om het plateau ten opzichte van het vliegtuig volledige bewegingsvrijheid te geven, kan men dit plaatsen in een stelsel van drie cardanbeugels. Wanneer echter de stand van het vliegtuig zodanig is dat twee van de cardanassen samenvallen, is één van de graden van vrijheid verloren gegaan. Dit verschijnsel, dat bekend staat als blokkering (gimbal lock), kan men voorkomen door een vierde cardanbeugel aan te brengen, voorzien van een koppelopwekker die men laat besturen door het signaal van een generator op de tweede cardanas. Dit is een in de gyroscopetechniek bekende methode; wij zullen hierop niet nader ingaan.

Van het uiterlijk van een navigatietoestel dat volgens het bovenstaande is geconstrueerd geeft fig. 15 een beeld. Een blokschema van de volledige navigatie-inrichting toont fig. 16. De beide slingers leveren signalen die evenredig zijn met de versnelling en de snelheid in de x - en y -richtingen (D en E in fig. 9, fig. 10 en fig. 13). Verder worden van het plateau nog signalen verkregen die de vliegrichting en de stand van het vliegtuig indiceren, d.w.z. de zijdelingse en voorwaartse

helling (heading, roll en pitch). Deze signalen worden toegevoerd aan een rek dat een analoge rekenmachine en andere elektronische schakelingen bevat. In de rekenmachine ondergaan de signalen een aantal bewerkingen, zoals de coördinatentransformatie (van verplaatsing langs een grote cirkel tot verandering van

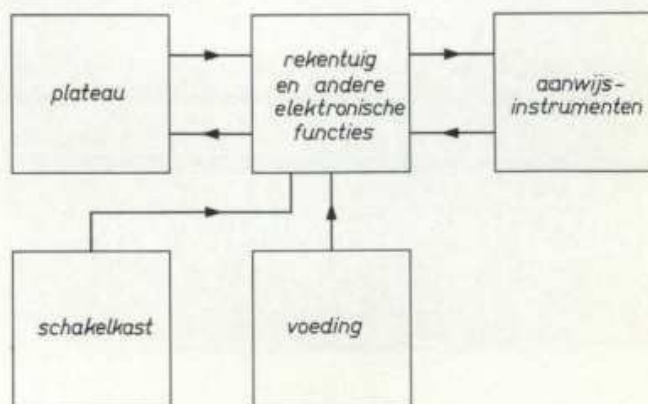


Fig. 16. Blokschema van de volledige R.A.M.P.-apparatuur.

lengte en breedte), de integratie van snelheid tot plaatsverandering (in de integrator *Int'*), het berekenen van noodzakelijke correctietermen (zie het Aanhangsel) en van de snelheid van het vliegtuig uit zijn beide componenten. Verder zijn erin ondergebracht signaalomzetters, benevens schakelingen voor het instellen van de nulpunten en voor het compenseren van het verloop van de gyroscopen.

De *aanwijsinstrumenten* zijn ondergebracht in een afzonderlijke kast, waarvan *fig. 17* een beeld geeft. Hierop kan men direct de positie van het vliegtuig (lengte en breedte), de vliegrichting en de zijdelingse en voorwaartse helling aflezen. Op deze kast zijn twee knoppen aanwezig, waarmee lengte en breedte op de plaats van vertrek kunnen worden ingesteld.

Op de *schakelkast* bevinden zich de schakelaars en knoppen voor de bediening van de installatie. Hierbij zijn schakelaars voor „klaar voor gebruik”, „navigatie” en „buiten dienst”, en verder knoppen voor het instel-

len van de compensatie voor de draaiing van de aarde en van het verloop der gyroscopen.

Wanneer de installatie wordt gereed gemaakt voor gebruik, wordt eerst de verwarming van de gyroscopen ingeschakeld. Deze dient om de vloeistof waarin de gyroscopen zweven het juiste soortelijk gewicht te geven; de opwarmtijd bedraagt 20 à 30 minuten. Ondertussen wordt een grove instelling van de R.A.M.P.'s tot stand gebracht, zodat het plateau zich instelt volgens de plaatselijke verticaal. Hiertoe wordt door middel van de elektrische terugkoppeling de slingertijd op 3 minuten ingesteld en later op 8,4 minuten. Door een zware demping die gedurende deze tijd is ingeschakeld neemt de amplitude van de slingeren snel af en stelt het plateau zich volgens de verticaal in. Als de amplitude voldoende klein is geworden, wordt de Schuler-slingertijd van 84,4 minuten ingeschakeld.

Door het plateau om zijn verticale as te draaien vanuit de stand waarin de eerste grove instelling plaatshad (waarbij de *y*-as naar het oosten is gericht) tot de omgekeerde stand (*y*-as naar het westen), wordt zowel de exacte richting naar het oosten vastgesteld als het verloop van de gyroscop van het *Y*-R.A.M.P. gemeten. Door het plateau over 90° te draaien, meet men het verloop van de gyroscop van het *X*-R.A.M.P. Het verloop van de *Z*-gyroscop bepaalt men als de installatie volledig is bijgesteld.

Het *voedingsapparaat* zet de spanning van het driefazen-vliegtuignet, 115 V 400 Hz, om in gestabiliseerde gelijkspanningen en nauwkeurige wisselspanningen. Het vermogen voor het aandrijven van de gyroscopen wordt geleverd door een driefazengenerator met een spanning van 26 V en een frequentie van 400 Hz. De nauwkeurigheid van deze frequentie is 10^{-3} , terwijl de vervorming en relatieve afwijkingen in de amplitude niet groter dan 10^{-5} zijn.

Onderzoek met behulp van een analoge rekenmachine

Een wiskundige analyse van een volledig R.A.M.P.-navigatiesysteem is weergegeven in het Aanhangsel van dit artikel. Een der belangrijkste resultaten die uit de berekening volgen vermelden wij hier. Voor het invoeren van correctietermen moeten de *X*-en de *Y*-slingers met elkaar gekoppeld worden, waardoor twee verschillende soorten slingeren ontstaan; een hiervan heeft een slingertijd die gelijk is aan de rotatietijd van de aarde, de andere heeft de Schuler-slingertijd (84,4 min). Deze laatste slingeren zijn in amplitude gemoduleerd; de periode van de modulatie is gelijk aan de tijd die een slinger van Foucault nodig heeft om op de desbetreffende geografische breedte een volledige omwenteling van zijn slingervlak te maken.

Voor een onderzoek naar de fouten in plaats en snelheid die door verloop van de gyroscopen kunnen ontstaan werd met behulp van een analoge rekenmachine de gehele informatiestroom, zoals die in het R.A.M.P.-systeem optreedt en die in het Aanhangsel in *fig. 27* schematisch is weergegeven, nagebootst. In de schakeling werd dan een kleine wijziging aangebracht, overeenkomend met een plotseling optredend verloop van



Fig. 17. De kast met de afleesinstrumenten, waarop men de geografische lengte en breedte kan aflezen, benevens de gegevens omtrent de stand en de richting van het vliegtuig.

één van de gyroscopen van $0,01^\circ$ per uur. De afwijkingen die hierdoor ontstonden in lengte, breedte en vliegrichting werden geregistreerd en zijn als functie van de tijd weergegeven in fig. 18. Wij zien hieruit dat de grootste afwijkingen variëren met een periode van 24 uur. De optredende afwijkingen met de Schuler-periode, van 84,4 min, zijn nauwelijks te zien. Om een indruk te geven van de fout die hierdoor te verwachten is bij de plaatsbepaling, merken wij nog op dat op een breedte van 60° een boogminuut verschil in geografische lengte overeenkomt met een afstand van ongeveer een halve zeemijl (926 m).

Onderzoek in het laboratorium

Om het te verwachten gedrag van een R.A.M.P.-systeem bij vluchten over grote afstanden na te gaan, werd, vóór de beproeving in vliegtuigen, de apparatuur in het laboratorium in werking gesteld. Tijdens 12 of 24 uur durende proeven werden de fouten nagegaan die in de plaatsaanwijzing ontstonden. Doordat de apparaten hierbij niet waren blootgesteld aan schokken en versnellingen, was het verloop van de afwijkingen vloeiender en waren ook de fouten kleiner dan bij een werkelijke vlucht te verwachten was.

In fig. 19 zijn de fouten in lengte- en breedte-aanwijzing in zeemijlen weergegeven voor een der 12 uur durende experimenten. In de beide krommen zijn slingeringen te zien, zowel Schuler-slingeringen, met een periode van 84,4 min, als slingeringen met een periode van 24 uur. Bovendien trad een continu verloop op, dat voor de lengte-aanwijzing ongeveer 0,5 zeemijlen per uur en voor de breedte-aanwijzing ongeveer 0,3 zeemijlen per uur bedroeg.

Fig. 20 toont (gedeeltelijk) de snelheidssignalen van de slingers na het aanbrengen van een storing. We zien hierin duidelijk de Schuler-slingeringen, die een vrijwel harmonisch verloop hebben; de distorsie is slechts 5%. Verder is te zien dat deze slingeringen, zoals boven beschreven, in amplitude zijn gemoduleerd met een frequentie die correspondeert met de draaiing van een Foucault-slinger.

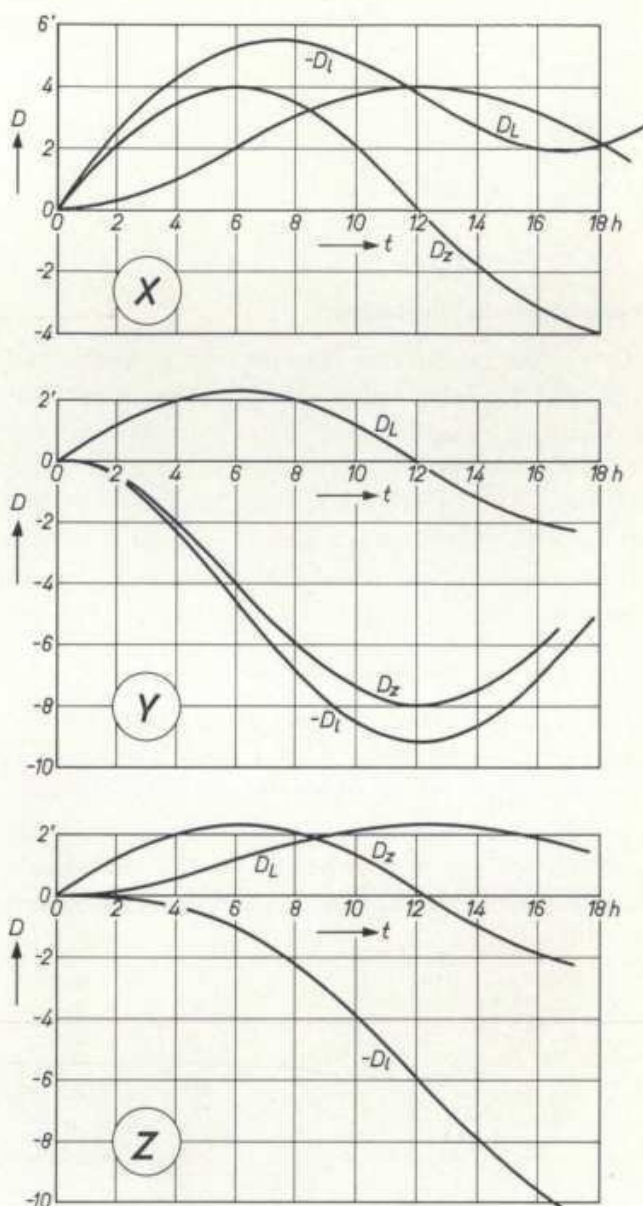


Fig. 18. Resultaten van een onderzoek met een rekenmachine omtrent het gedrag van een R.A.M.P.-navigatiesysteem. In de schakeling werden plotselinge veranderingen aangebracht, die corresponderen met een verloop van $0,01^\circ/\text{h}$, respectievelijk in de gyroscopen van het X-R.A.M.P., het Y-R.A.M.P. en de Z-gyroscop. De diagrammen tonen als functie van de tijd t de fouten die dan ontstonden in de af te lezen lengte (D_L), breedte (D_z) en vliegrichting (D_z). De fouten in de afgelezen helling van het vliegtuig waren zeer klein.

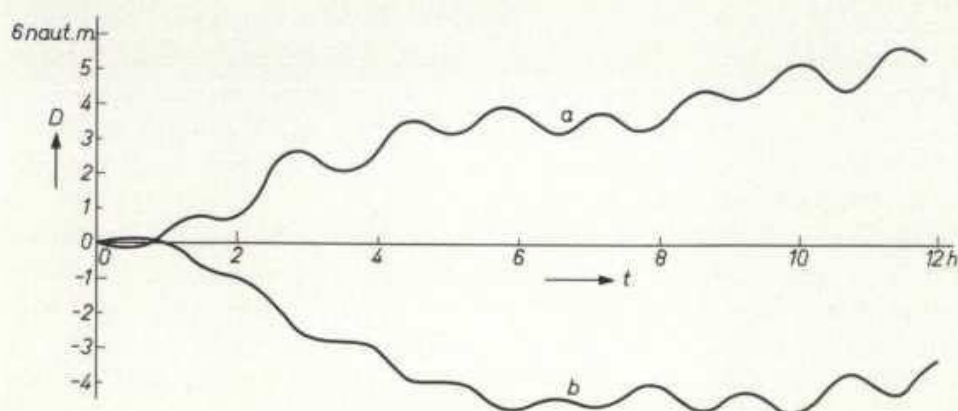


Fig. 19. Fout D in de afgelezen lengte (a) en breedte (b) bij een proef in het laboratorium. De krommen vertonen een slinging met een periode van 24 uur (de proef strekte zich over een halve periode uit) en Schuler-slingeringen met een periode van 84,4 min. Bovendien trad een continu verloop op, dat voor lengte en breedte respectievelijk ongeveer 0,5 en 0,3 zeemijlen per uur bedroeg.

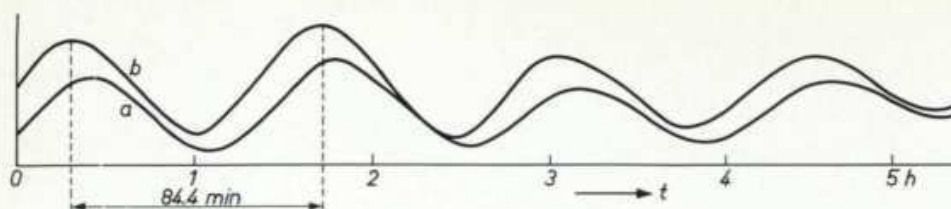


Fig. 20. Snelheidssignalen van het X-R.A.M.P. (a) en het Y-R.A.M.P. (b), wanneer bij het onderzoek van de apparatuur in het laboratorium een storende slingering met een amplitude van 1° werd aangebracht (het gehele experiment duurde 12 uur).

Experimenten in vliegtuigen

Er werden twee series experimenten in vliegtuigen uitgevoerd. De eerste serie had plaats in een tweemotorig vliegtuig, eigendom van het Philipsconcern, een De Havilland Dove. Daarna werden proeven genomen in een DC 8 toebehorende aan Scandinavian Airline Systems; hierbij werd zowel over het Europese vasteland als over de noordelijke Atlantische Oceaan gevlogen.

Vluchten met de De Havilland Dove

Fig. 21 laat zien op welke wijze de installatie in het vliegtuig was gemonteerd. Er werden vluchten uitgevoerd over drie verschillende trajecten, twee in de richting oost-west en een in de richting noord-zuid. De piloot vloog laag over bepaalde punten waarvan de plaats nauwkeurig bekend was. Op een teken van hem

Vluchten met de DC 8

Dezelfde apparatuur die in de De Havilland Dove was gebruikt werd daarna gemonteerd in een rek dat paste op één van de zitplaatsen in de cabine van de DC 8. Vóór de vluchten (normale passagiersvluchten) werd de installatie verwarmd en afgesteld in een hiertoe ingerichte autobus. Daarna werd het geheel aangesloten op een batterij, overgebracht naar het vliegtuig en daar aangesloten op het boordnet. Bij de eerste vluchten, die plaats hadden over het Europese vasteland (Kopenhagen-Teheran, 3000 zeemijlen; vliegtijd met tussenlandingen ongeveer 9 uur), werd de plaatsbepaling van de R.A.M.P.-apparatuur vergeleken met die van conventionele navigatiemiddelen. Speciaal vliegen over de radiobakens gaf de mogelijkheid van een nauwkeurige controle. Bij de vluchten over de Atlantische Oceaan (Kopenhagen-New York, 3000

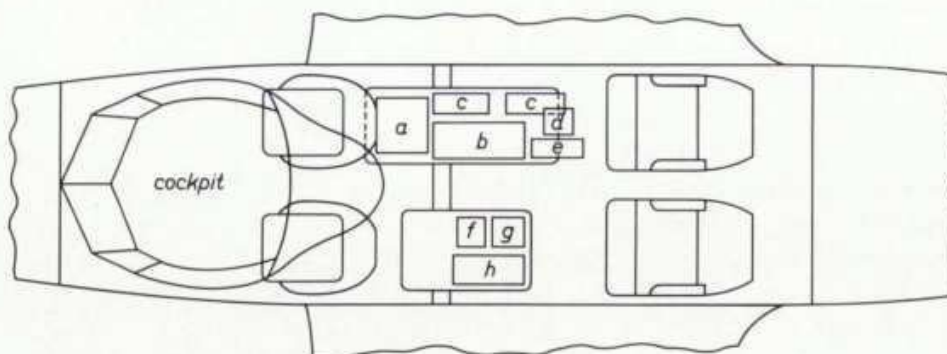


Fig. 21. Opstelling van de experimentele apparatuur in de De Havilland Dove: a plateau met de R.A.M.P.'s, b elektronische schakeling, c voedingsapparatuur, d schakelkast, e aanwijsinstrumenten, f hulpapparatuur, g registrerende meter, h oscilloscoop.

werden de lengte en breedte die de R.A.M.P.-apparatuur aanwees te zamen met de tijd vastgelegd, hetzij fotografisch, hetzij door directe aflezing.

In totaal werden 36 vluchten uitgevoerd. In het begin traden vrij grote fouten op door moeilijkheden in het elektrische en mechanische gedeelte van de apparatuur. Later werden veel betere resultaten verkregen. Fig. 22 geeft een beeld van de fout in de plaatsaanwijzing bij drie van de laatste vluchten. De gemiddelde fout bedroeg 2 à 3 zeemijlen per uur, wat vrijwel klopt met wat uit het verloop van de gyroscopen is te verwachten.

zeemijlen; vliegtijd ongeveer 8,5 uur) werd het Loran-C-net gebruikt, waarmee bij het begin en aan het eind van de vluchten een vrij nauwkeurige controle mogelijk was. Natuurlijk werd ook gebruik gemaakt van de radiobakens langs de Scandinavische en Amerikaanse kusten.

Bij de vluchten over het vasteland werden resultaten verkregen die nauwkeuriger waren en een regelmatiger verloop hadden dan bij de oceaانvluchten. Een beeld van de geregistreerde fouten in lengte en breedte bij een vlucht over land geeft fig. 23; de maximale fout be-

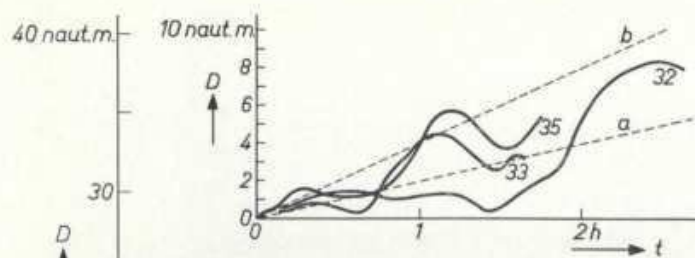


Fig. 22

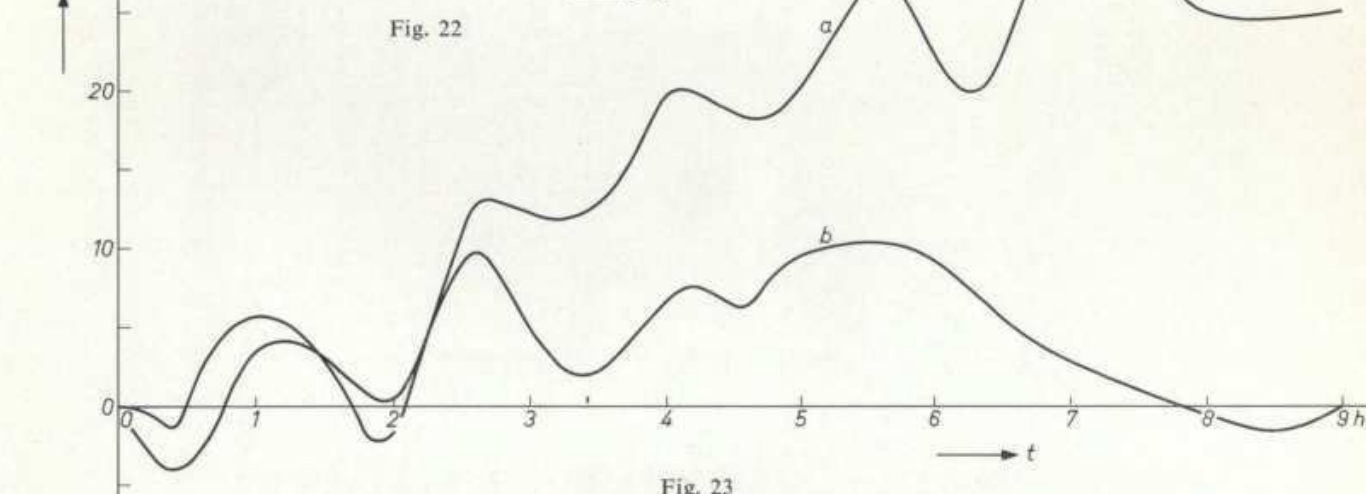


Fig. 23

Fig. 22. Fout D in zeemijlen als functie van de tijd t bij de plaatsbepaling tijdens drie van de laatste vluchten (vluchtnummers 32, 33 en 35) met de De Havilland Dove. De gestippelde lijnen a en b corresponderen met fouten van respectievelijk 2 en 4 zeemijlen per uur.

Fig. 23. Fout D in zeemijlen in de lengte (kromme a) en in de breedte (kromme b) als functie van de tijd bij de plaatsbepaling met de R.A.M.P.-apparatuur tijdens een vlucht met een DC8 over het Europese vasteland.

droeg ongeveer 3,5 zeemijlen per uur en de gemiddelde fout ongeveer 2,2 zeemijlen per uur. Bij de oceaanelvluchten waren de resultaten minder nauwkeurig en ook minder reproduceerbaar, wat echter waarschijnlijk te wijten was aan de minder nauwkeurige contro-

lemiddelen. De verdeling van de fouten in de lengte en de breedte na zes vliegreuen met de DC 8 is weergegeven in fig. 24.

Een beeld van de installatie van de apparatuur in de DC 8 toont fig. 25.

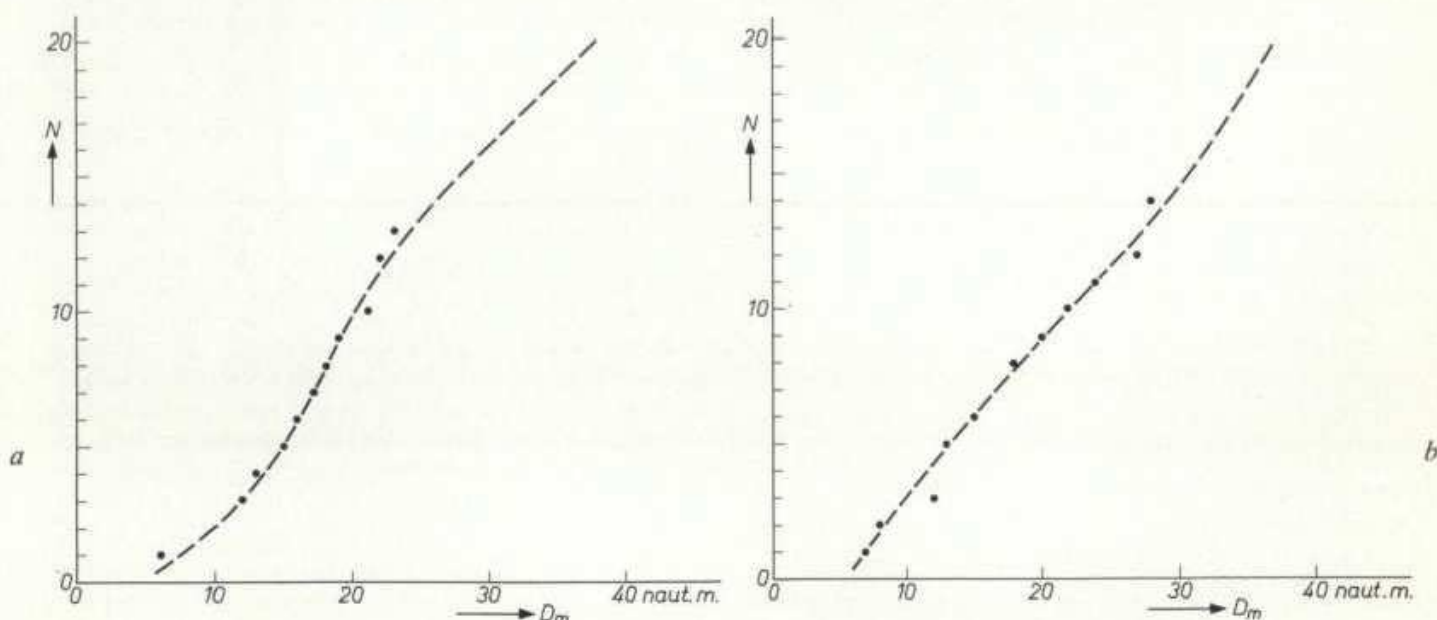


Fig. 24. Verdeling van de fouten in de door de R.A.M.P.-apparatuur aangegeven lengte (a) en breedte (b) na 6 uren vliegen met de DC 8 over het Europese vasteland en over de Atlantische Oceaan. De punten geven het aantal vluchten (N) aan waarbij een maximale fout optrad die kleiner was dan D (in zeemijlen). (Fouten groter dan ongeveer 30 zeemijlen traden alleen op in de beginperiode.)

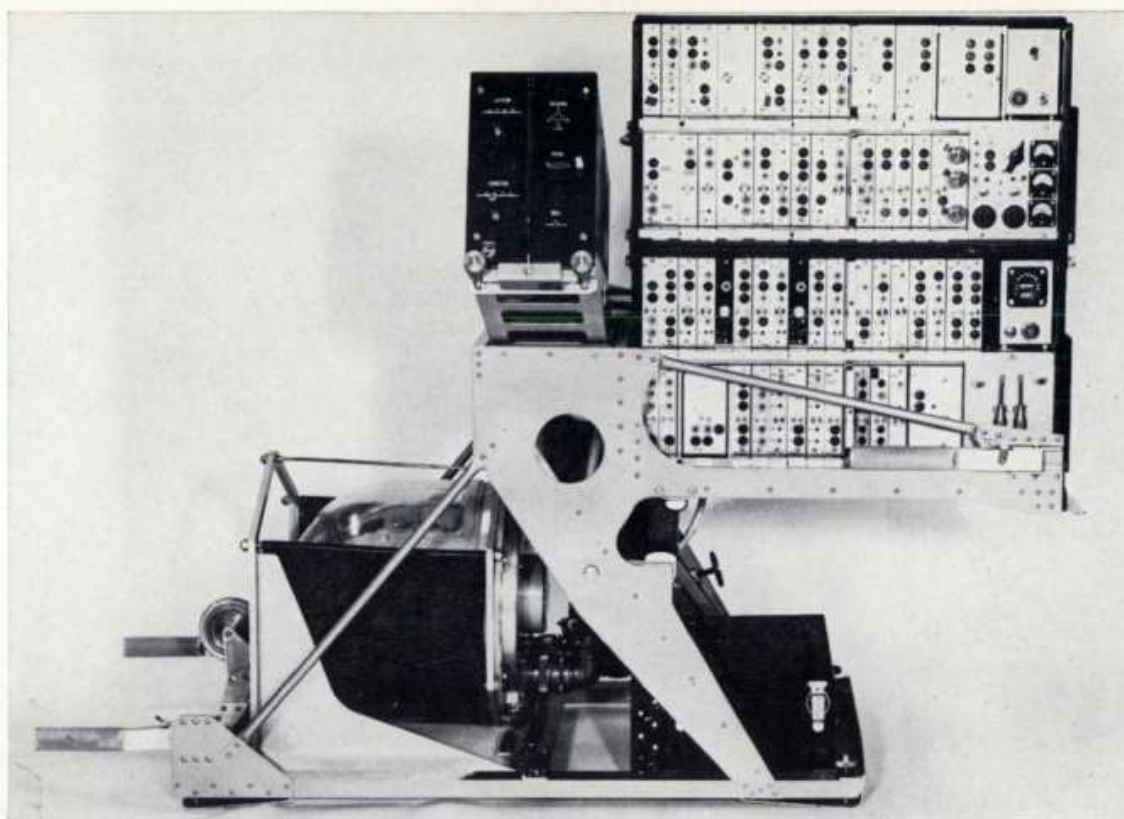


Fig. 25. Installatie van de experimentele R.A.M.P.-navigatieapparatuur in een DC 8.

Bespreking van de resultaten

Bij de beoordeling van de resultaten van de proefvluchten moet men rekening houden met het feit dat om de kosten te drukken enkele onderdelen zijn gebruikt die niet voldeden aan de hoge eisen die voor een traagheidsnavigatiesysteem hieraan moeten worden gesteld. Zo zijn b.v. gyroscopen toegepast die afkomstig waren uit precisie-vuurleidingsapparaten. Hierin waren enkele veranderingen aangebracht om het verloop te verminderen; toch bedroeg dit laatste nog altijd enkele tienden graden per uur, terwijl voor onze apparatuur eigenlijk slechts een verloop van 0,01 à 0,02 °/h toelaatbaar is. Een soortgelijke situatie deed zich voor bij de keuze van het rekentuig. Uit praktische overwegingen viel de keuze op een analoge rekenmachine, opgebouwd uit elektro-mechanische onderdelen en elektronische versterkers en schakelingen. Hierbij kunnen aanzienlijke fouten ontstaan door de afwijking van de lineariteit en het verloop van de integrators. Door beide oorzaken ontstonden afwijkingen van ongeveer 0,1 %. Nog groter was de onnauwkeurigheid die ontstond bij de transformatie van de coördinaten. Hier was het zeer moeilijk om de fouten kleiner dan 0,1 % te houden. Ten slotte kregen we (niet geheel onverwacht) met kinderziekten van het slingermechanisme (o.a. temperatuurafhankelijkheid) te maken. Al deze foutenbronnen in aanmerking nemend, verwachten wij dat de afwijkingen in de plaatsaanwijzing enkele

zeemijlen per uur zouden bedragen; het is opmerkelijk en bemoedigend dat de resultaten van de experimenten deze graad van nauwkeurigheid inderdaad bereikten. Met tamelijk bescheiden verbeteringen, zoals het gebruik van betere gyroscopen, een digitaal rekentuig, en een beter mechanisch ontwerp van de slinger, zullen met zeer grote waarschijnlijkheid de fouten gereduceerd kunnen worden tot de orde van grootte van 1 zeemijl per uur.

Aanhangsel: Wiskundige behandeling van het R.A.M.P.-navigatiesysteem

De grootheden die voor de wiskundige analyse van een volledig navigatiesysteem moeten worden beschouwd zijn: de plaats op aarde, de krachten die op de apparatuur werken en de bewegingen die het vliegtuig uitvoert. We definiëren deze grootheden in het coördinatenstelsel dat in fig. 26 is voorgesteld; de x -as is horizontaal en gericht naar het noorden, de y -as naar het oosten en de z -as langs de verticaal omlaag. (Dit assenstelsel draait dus met de aarde mee.) De op dit assenstelsel betrokken componenten van de hoeksnelheid van het freem ten gevolge van de aardrotatie en ten gevolge van de beweging van het vliegtuig zijn:

$$\omega_{1x} = (\omega_{IE} + \dot{l}) \cos L, \quad (13)$$

$$\omega_{1y} = -\dot{L}, \quad (14)$$

$$\omega_{1z} = -(\omega_{IE} + \dot{l}) \sin L, \quad (15)$$

$$(\text{dus } \omega_{1z} = -\omega_{1x} \tan L). \quad (16)$$

Hierin is ω_{IE} de hoeksnelheid van de aarde, l de lengte en L de breedte van de beschouwde plaats.

Berekening van de x -, y - en z -component van de versnelling die

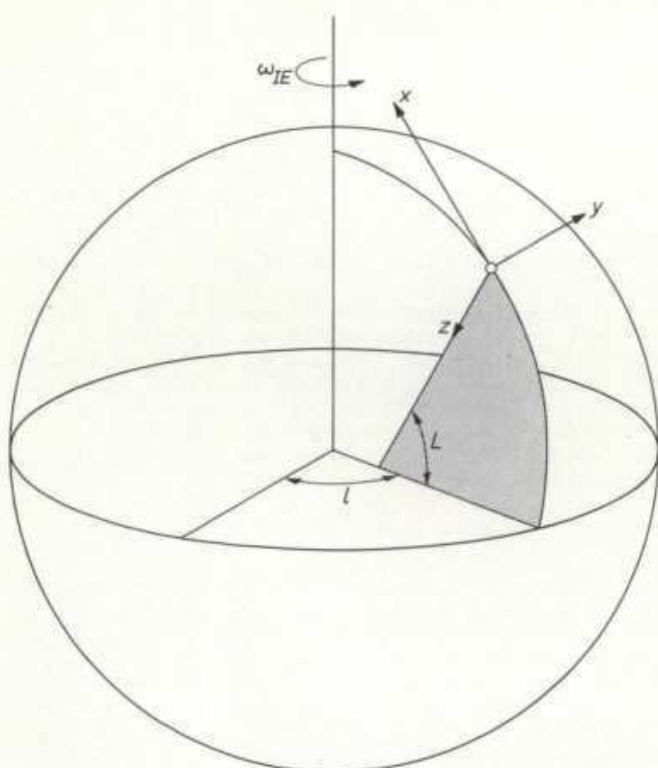


Fig. 26. Assenstelsel waarvan de x-, y-, en z-assen respectievelijk naar het noorden, naar het oosten en verticaal omlaag zijn gericht l geografische lengte, L breedte, ω_{IE} hoeksnelheid van de aarde.

de apparatuur ondergaat levert een stel vergelijkingen op, waarvan wij hier alleen de van belang zijnde termen vermelden:

$$\begin{aligned} a_{px} &= -R(1 - 2e \cos^2 L) \dot{\omega}_{1y} - 2 \dot{R} \omega_{1y} - \\ &\quad - R \omega_{1x} \omega_{1z} - e \ddot{R} \sin 2L + \dots, \\ a_{py} &= R \dot{\omega}_{1x} + 2 \dot{R} \omega_{1x} - R \omega_{1x}^2 - R \omega_{1y} \omega_{1z} + \dots, \\ a_{pz} &= -\ddot{R} + R(\omega_{1x}^2 + \omega_{1y}^2) + \dots \end{aligned}$$

Hierin is R de aardstraal en e de excentriciteit van de basis-ellipsoïde van de aarde. Deze versnellingen doen koppels ontstaan om de slingerassen van de beide R.A.M.P.'s. In de formules die voor ieder van deze koppels kunnen worden afgeleid komen de volgende dominerende termen voor:

$$\begin{aligned} M_{sx} &= -mhR \dot{\omega}_{1x}, \\ M_{sy} &= -mhR \dot{\omega}_{1y} (1 - 2e \cos^2 L). \end{aligned}$$

Verder bevatten deze formules een aantal termen die klein zijn ten opzichte van de hierboven genoemde, en die daarom correctietermen kunnen worden beschouwd. Deze termen zijn:

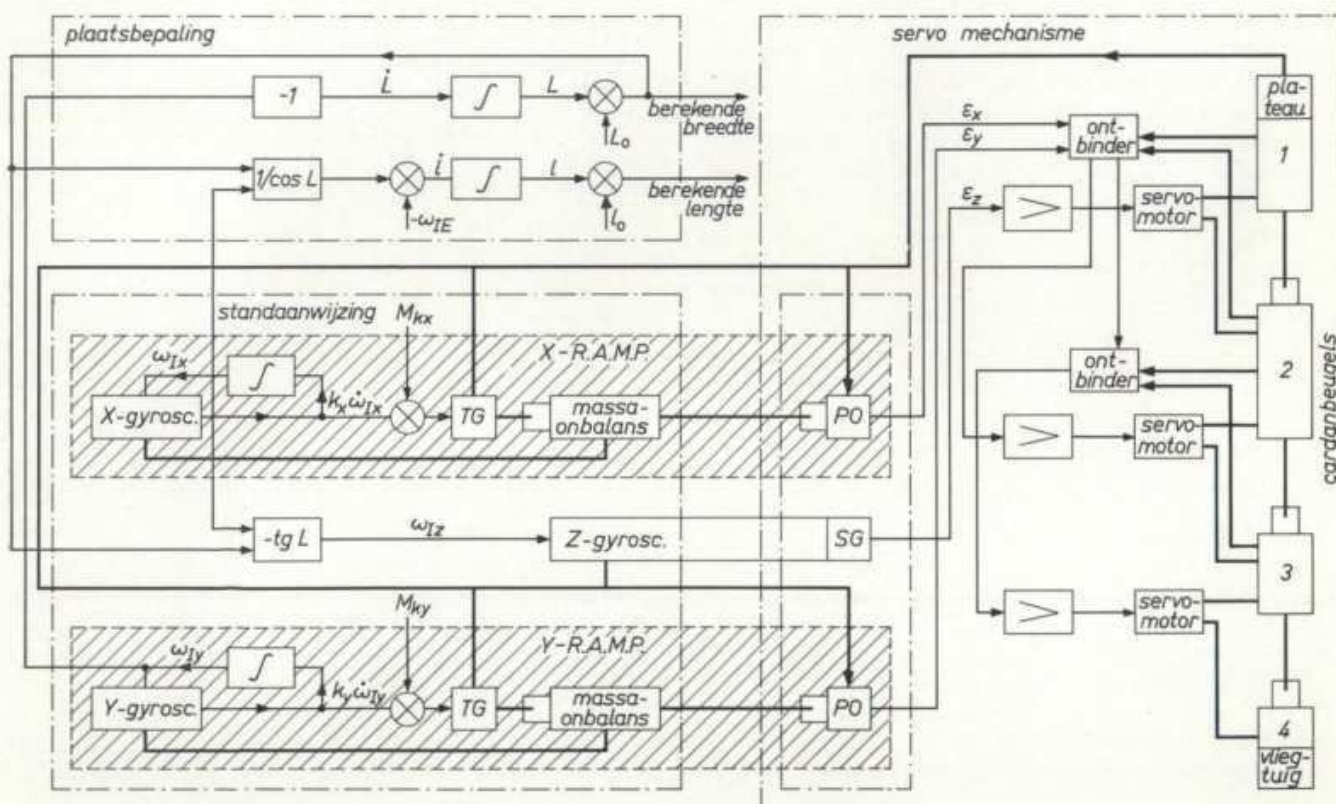


Fig. 27. Functieschema (signal flow diagram) van het volledige R.A.M.P.-navigatiesysteem. De dikke lijnen hebben betrekking op mechanische verbindingen tussen de onderdelen; de dunne lijnen stellen elektrische verbindingen voor.

De gearceerde gedeelten stellen het X-R.A.M.P. en het Y-R.A.M.P. voor. De uitgangssignalen hiervan worden in het vak „plaatsbepaling” onderworpen aan de wiskundige bewerkingen van verg. (13) en (14). Na integratie en het in rekening brengen van de geografische lengte en breedte van de plaats van vertrek, resp. l_0 en L_0 , worden dan de coördinaten gevonden van de plaats waar het vliegtuig zich bevindt. In het blokje „ $-tg L$ ” wordt de berekening van verg. (16) uitgevoerd. Dit levert een signaal evenredig met de z-component van de rotatiesnelheid van de aarde, dat wordt gebruikt om de Z-gyroscoop voor de aardrotatie te corrigeren.

Het rechter omlijnde gedeelte van het schema heeft betrekking op het servomechanisme dat het plateau horizontaal houdt. Dit mechanisme wordt gestuurd door de signalen ϵ_x , ϵ_y en ϵ_z van de beide R.A.M.P.'s en van de Z-gyroscoop, die via versterkers aan de servomotoren worden toegevoerd. Bij het signaal van de Z-gyroscoop gebeurt dit rechtstreeks; dit signaal stuurt nl. slechts één der motoren. De signalen van de beide R.A.M.P.'s moeten worden ontbonden in twee componenten, die in een bepaalde verhouding (afhankelijk van de stand van de cardanbeugels) de beide andere servomotoren sturen. Dit gebeurt in de beide met „ontbinder” aangegeven blokjes.

$$M_{kx} = -mh(2\dot{R}\omega_{1x} - R\omega_{1y}\omega_{1z}),$$

$$M_{ky} = -mh(R\omega_{1x}\omega_{1z} + R\omega_{1E}^2 \sin L \cos L + 2\dot{R}\omega_{1y} + e\ddot{R} \sin 2L).$$

In fig. 27 is een functieschema (signal flow diagram) van het volledige R.A.M.P.-navigatiesysteem weergegeven. De hierboven genoemde correctietermen worden in de rekenmachine berekend en aan de desbetreffende componenten van de koppels toegevoegd. Hierdoor ontstaat, zoals uit de formules blijkt, een onderlinge koppeling tussen de beide R.A.M.P.'s, waardoor oscillaties optreden.

Een volledige wiskundige behandeling van het systeem, beschouwd als systeem met drie vrijheidsgraden, leidt tot de volgende karakteristieke vergelijking:

$$(p^2 + \omega_{1E}^2) \{p^4 + 2(g/R + 2\omega_{1E}^2 \sin^2 L)p^2 + (g/R)^2\} = 0,$$

waarin p de differentiaaloperator d/dt is. De oplossing van deze vergelijking bevat termen waarin de volgende factoren voorkomen:

$$\begin{aligned} &\sin \omega_{1E}t, \\ &\cos \omega_{1E}t, \\ &\sin (\omega_s + \omega_{1E} \sin L)t, \\ &\cos (\omega_s + \omega_{1E} \sin L)t, \\ &\sin (\omega_s - \omega_{1E} \sin L)t, \\ &\cos (\omega_s - \omega_{1E} \sin L)t. \end{aligned}$$

Hierin correspondeert ω_s met de Schuler-slingertijd. De eerste twee termen komen overeen met oscillaties waarvan de periode gelijk is aan de rotatietijd van de aarde; de laatste vier termen corresponderen met Schuler-slingeringen die in amplitude gemoduleerd zijn; de periode van de modulatie komt overeen met de tijd die een slinger van Foucault nodig heeft om op de desbetreffende breedte zijn slingervlak éénmaal rond te laten draaien (hoeksnellheid $\omega_{1E} \sin L$).

Literatuur betreffende traagheidsnavigatie

- C.S. Draper, W. Wrigley en L.R. Grohe, The floating integrating gyro and its application to geometrical stabilization problems on moving bases, Institute of Aeronautical Sciences, S.M.F. Fund Paper no. FF-13, New York, 1955.
- W. Wrigley, F. E. Houston en H. R. Whitman, Indication of the vertical from moving bases, Institute of Navigation Paper, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Mass.) 1956.
- F. Hector en K. J. Åström, Zweeds octrooi 189 939, ingediend 24 september 1959, verleend 16 januari 1964.
- K. J. Åström en F. Hector, Vertical indication with a physical pendulum, based on electromechanical synthesis of a high moment of inertia, Report 590802 of the TTN-Group, augustus 1959, en Report A 2266-234 FOA 2, Stockholm, april 1964, herdrukt in het tijdschrift van de Zweedse Vereniging van Electrotechnische Ingenieurs, *Elektronik* 8, 1965, no. 4 (april).
- W. R. Markey en J. Hovorka, The mechanics of inertial position and heading indication, Methuen, Londen 1961.

Samenvatting. Beschrijving van een traagheidsnavigatiesysteem dat is ontwikkeld door Svenska AB Philips te Stockholm en dat hoofdzakelijk is bedoeld voor gebruik in vliegtuigen. Het systeem berust op de indicatie van de verandering van de verticaal met behulp van een slinger van Schuler, die een slingertijd van 84,4 min heeft. Een dergelijke slinger, waarbij een gyroscoop met integrerende terugkoppeling is ingebouwd, kan een indicatie van snelheid en versnelling op ieder ogenblik leveren; vandaar de aanduiding R.A.M.P. (Rate and Acceleration Measuring Pendulum) voor deze slinger en voor het gehele hierop gebaseerde navigatiesysteem. Het volledige systeem bevat twee dergelijke slingers, die zijn gemonteerd in een plateau (inertial platform) dat de bewegingen van de slingers volgt. Voor de indicatie van de richting van het vliegtuig is in dit plateau nog een richtingsgyroscoop aanwezig. De apparatuur is zowel in het laboratorium als bij vluchten over het Europese vasteland en over de Atlantische Oceaan beproefd. De gemiddelde fout in de plaatsbepaling varieerde hierbij tussen 2 en 3 zeemijlen per uur.

Overmaatse rechthoekige golfpijpen voor millimetergolven

H. J. Butterweck en F. C. de Ronde

Bij de praktische toepassing van microgolven worden deze gewoonlijk geleid door holle pijpen, meestal van rechthoekige doorsnede. Normaliter is daarbij de situatie zo dat de golven zich in de golfpijp slechts volgens een enkele nauwkeurig gedefinieerde trillingswijze kunnen voortplanten; deze eigenschap van de pijp is voor vele toepassingen van grote waarde. Bij de uitbreiding van de techniek tot het gebied van millimeter- en submillimetergolven echter vormt de demping die bij de geleiding optreedt een zeer ernstig probleem; voorts worden de afmetingen der onderdelen prohibitief klein. Vooral om deze twee redenen heeft men andere typen transmissielijnen ontwikkeld.

In de „overmaatse” golfpijp is de demping veel geringer dan in een normale pijp, terwijl het voordeel van de voortplanting volgens een enkele trillingswijze behouden kan blijven door „modusbeheersing”. Voor de pijp kunnen goed realiseerbare afmetingen gekozen worden. Een ander belangrijk voordeel is dat men hiermee onderdelen voor zeer grote bandbreedte kan maken.

Inleiding

Elektromagnetische golven van zeer hoge frequentie (microgolven) kunnen zich langs verschillende typen transmissielijnen voortplanten. Deze lijnen kan men in twee soorten verdelen. Bij de eerste soort strekt het elektromagnetische veld zich dwars op de voortplantingsrichting oneindig ver uit; deze soort transmissielijnen noemt men gewoonlijk open. Bij de tweede soort wordt het elektromagnetische veld in de richting dwars op de lijn afgeschermd door een metalen wand. Deze soort noemt men afgeschermd of gesloten.

Bekende voorbeelden van open systemen zijn de diëlektrische leiding [1], de beeldleiding [2], de H-leiding [3] en de microgolfbundel [4]. Gesloten systemen bestaan uit een holle pijp, al dan niet voorzien van een of meer binnengeleiders. De rechthoekige golfpijp en de coaxiale leiding zijn typische vertegenwoordigers van deze soort.

In het millimetergolfgebied, waartoe we ons hier zullen beperken, hebben beide soorten bepaalde toepassingsgebieden en bepaalde voordelen [5]. We zullen ons in dit artikel bezighouden met gesloten systemen. Enkele voordelen hiervan zijn de volgende. De afscherming voorkomt stralingsverlies en maakt de apparatuur ongevoelig voor parasitaire elektromagnetische velden; zelfs golfpijpen vlak naast elkaar hebben geen

wederzijdse koppeling. Voorts kan men de afschermen- de wand gebruiken om van de apparatuur mechanisch een stevig geheel te maken; het opstellen en het justeren van de elementen van de apparatuur vormt dan geen groot probleem. Ten slotte is het mogelijk diverse soorten onderdelen die men in een meetopstelling nodig kan hebben, zoals bochten en richtkoppelingen, op een vrijwel ideale wijze te realiseren; zulks in tegenstelling met de open systemen, waar buigingsverschijnselen gemakkelijk aanleiding geven tot afwijkingen van het ideale gedrag.

De gebruikelijke gesloten microgolfsystemen werken op één enkele modus: bij de frequenties waarvoor deze

[1] G. Schulten, Archiv elektr. Übertr. **14**, 163-166, 1960; zie ook: H. Severin en G. Schulten, Leidingen voor oppervlaktegolven bij zeer hoge frequenties, Philips techn. T. **26**, 202-218, 1964/65.

[2] S. P. Schlesinger en D. D. King, IRE Trans. **MTT-6**, 291-299, 1958. De beeldleiding komt ook ter sprake in het aangehaalde artikel van Severin en Schulten [1].

[3] J. W. E. Griemsmann en L. Birenbaum, Proc. Symp. Millimeter Waves, New York 1959, uitg. Polytech. Inst. Brooklyn 1960, blz. 543-562.

[4] T. Nakahara en N. Kurauchi, IEEE Trans. **MTT-15**, 66-71, 1967 (no. 2); A. G. van Nie, Philips Res. Repts. **19**, 378-394, 1964 en Nachr.techn. Z., ed. Comm. J. **6**, 264-269, 1965.

[5] Een uitgebreid overzicht van verscheidene typen transmissielijnen, die bestudeerd zijn met het oog op toepassing voor mm- en sub-mm-golven en waarbij speciale aandacht besteed wordt aan de optredende verliezen, van de hand van D. J. Kroon en J. M. van Nieuwland van ons laboratorium, is gepubliceerd in: D. H. Martin, Spectroscopic techniques for far infra-red, submillimetre and millimetre waves, North-Holland Publ. Co., Amsterdam 1967, hoofdstuk 7: Techniques of propagation at millimetre and submillimetre wavelengths, blz. 309-380.

Prof. dr. H. J. Butterweck, hoogleraar in de Theoretische Elektrotechniek aan de Technische Hogeschool te Eindhoven, destijds medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven; ir. F. C. de Ronde, medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

zijn ontworpen kunnen alleen microgolven van één bepaald patroon zich erin voortplanten. Voor elk systeem is dit alleen dan het geval als de afmetingen van de dwarsdoorsnede bepaalde kritische waarden, die van de orde van de gebruikte golflengte zijn, niet overschrijden. We zullen hier dan spreken van een systeem van „normale afmetingen”. Voor millimetergolven met name mag de doorsnede hiertoe niet groter zijn dan enkele mm². In coaxiale leidingen van deze afmetingen zijn de verliezen zeer groot; deze zijn daardoor ongeschikt voor het millimetergebied. Anderzijds heeft men zelfs voor 2-mm-golven onderdelen met „normaal” gedimensioneerde rechthoekige golfpijpen ontwikkeld, en deze worden geregeld toegepast [6].

Zijn, bij gegeven frequentie, de dwarsafmetingen van een golfpijp wel groter dan de bovengenoemde kritische waarde, dan is voortplanting in meer dan één modus mogelijk. Zoals we hieronder uitvoerig zullen bespreken, geeft dit in het algemeen aanleiding tot een onstabiel patroon van het elektromagnetische veld: het patroon verandert op grillige wijze langs de golfpijp. Is het echter mogelijk het opwekken van modi van hogere orde te voorkomen, dan heeft een dergelijke „overmaatse” golfpijp een aantal voordelen boven de normale golfpijp. Bij voorbeeld kan de demping aanzienlijk minder zijn, men kan onderdelen voor grote bandbreedte ontwerpen, en de vervaardiging is, vooral voor het millimeter- en submillimetergebied, eenvoudiger. De problemen die zich bij de overmaatse golfpijp voordoen vormen het onderwerp van dit artikel.

Wat de vorm van de doorsnede betreft, onderscheidt men gewoonlijk drie hoofdtypen, nl. de rechthoekige golfpijp, de ronde golfpijp en de coaxiale leiding. De laatste is hier niet van belang, daar onderdelen waarin geen hogere modi ontstaan, zeer moeilijk te maken zijn. De overmaatse ronde golfpijp is veelbelovend voor transmissie over lange afstanden [7]. Voor het laboratorium biedt de rechthoekige vorm echter bepaalde voordelen.

In dit artikel behandelen we in het bijzonder de rechthoekige overmaatse golfpijp, waaraan ook elders reeds enige aandacht is besteed [8]; aan het slot zullen we nog even het ronde type in vergelijking met het rechthoekige ter sprake brengen. Na enkele algemene beschouwingen over het modusspectrum van de rechthoekige golfpijp zullen we speciaal aandacht besteden aan het meten en onderdrukken van hogere modi. Een aantal in dit laboratorium ontwikkelde onderdelen zullen we wat nader beschrijven, met name modusfilters, verloopstukken, bochten, richtkoppelingen en variabele verzwakkers, fazedraaiers en impedanties. Tot slot zullen we enkele mogelijke toepassingen noemen.

Het merendeel van onze onderdelen is ontworpen

voor het 4-mm-gebied, uitgaande van 3-cm-standaardpijp.

Modusspectrum van de rechthoekige golfpijp

Voor een goed begrip van de problemen die gepaard gaan met het optreden van hogere modi beschouwen we eerst enkele fundamentele eigenschappen van de holle golfpijp [9]. Stel dat we een golfpijp hebben van constante doorsnede en dat we de frequentie verhogen (in plaats van bij constante frequentie de afmetingen te vergroten, zoals boven). Dan is er om te beginnen beneden een kritische frequentie, de *afsnijfrequentie* f_{c1} , in het geheel geen voortplanting van elektromagnetische golven mogelijk. Deze afsnijfrequentie is een karakteristieke eigenschap van de beschouwde doorsnede. Voor frequenties f die iets hoger zijn dan f_{c1} plant de elektromagnetische golf zich voort volgens een karakteristiek veldpatroon, de *grondmodus* van de golfpijp. Wordt de frequentie verder verhoogd, dan bereiken we een tweede afsnijfrequentie f_{c2} , waarboven ook een andere modus met een ander veldpatroon zich kan voortplanten. (Voor f_{c2} heeft de golfpijp de kritische afmetingen waarvan in de inleiding sprake was.) Iedere golfpijp heeft een oneindig spectrum van zulke afsnijfrequenties $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}, \dots$, zodat bij voldoende hoge frequenties energietransport mogelijk is door golven die samengesteld zijn uit een groot aantal modi. Wat de eerste afsnijfrequentie f_{c1} betreft, blijkt dat in de meeste gevallen de overeenkomstige afsnijfgolflengte $\lambda_{c1} = c/f_{c1}$ (c is de lichtsnelheid in vacuüm) van dezelfde orde van grootte is als de afmetingen van de doorsnede. Iedere golf die zich in de golfpijp kan voortplanten heeft derhalve een golflengte λ in vacuüm die vergelijkbaar is met, of kleiner dan, deze afmetingen.

Een enkele modus plant zich langs de golfpijp voort zonder dat de transversale veldverdeling verandert. In het geval van een verliesvrije golfpijp is bovendien de amplitude constant. De snelheid v_i waarmee de modus i zich voortplant, d.i. de fazesnelheid, is:

$$v_i = c / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{ci})^2}, \quad \dots \quad (1)$$

waarin λ_{ci} de afsnijfgolflengte van de modus is. Bij een gegeven frequentie zijn de fazesnelheden voor verschillende modi dus verschillend. Wordt er meer dan één modus opgewekt, dan varieert de transversale verdeling van het elektromagnetische veld langs de golfpijp ten

[6] C. W. van Es, M. Gevers en F. C. de Ronde, Golfpijpparaat voor 2 mm golflengte, Philips techn. T. 22, 122-134 en 229-237, 1960.

[7] S. E. Miller, Bell Syst. tech. J. 33, 1209-1265, 1954.

[8] J. J. Taub, H. J. Hindin, O. F. Hinkelmann en M. L. Wright, IEEE Trans. MTT-11, 338-345, 1963.

[9] Een uitvoerige theoretische behandeling van dit onderwerp valt buiten het kader van dit artikel; men vindt deze in de handboeken over golfpijptheorie. Voor een inleiding, zie: W. Opechowski, Elektromagnetische golven in golfpijpen, Philips techn. T. 10, 14-26 en 46-54, 1948.

gevolg van de voortdurend veranderende fazeverschillen tussen de individuele modi. Deze onstabiele toestand kan zich voordoen als $f > f_{c2}$. Voor deze frequenties noemt men de golfpijp in het Engels „overmoded” of „oversized”, wat we met de hier reeds gebruikte term „overmaats” zouden willen vertalen. Ligt de frequentie tussen f_{c1} en f_{c2} , de „normale” situatie, dan is alleen de grondmodus aanwezig en is de voortplanting stabiel. Wenst men een overmaatse golfpijp eveneens stabiel te laten werken, dan moet men ervoor zorgen slechts één modus op te wekken; dit behoeft niet persé de grondmodus te zijn. De daarvoor vereiste „modusbeheersing” zal in het volgende hoofdstuk nader worden besproken.

We passen nu deze algemene beschouwingen toe op een golfpijp met rechthoekige doorsnede. Zijn a en b de breedte resp. de hoogte van de doorsnede, waarbij $a > b$, dan wordt de eerste afsnijgolf lengte gegeven door:

$$\lambda_{c1} = 2a. \quad (2)$$

Het veldpatroon van de grondmodus, gewoonlijk de H_{10} -modus genoemd, is in fig. 1 geschetst. De elektri-

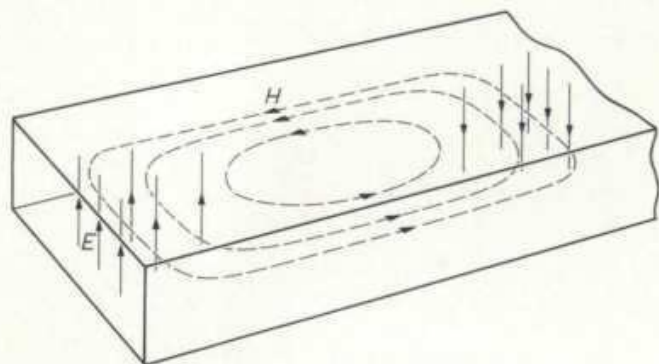


Fig. 1. Het veldpatroon van de H_{10} -modus in een rechthoekige golfpijp.

sche krachtlijnen E zijn evenwijdig met de korte zijde van de golfpijp, de magnetische krachtlijnen H liggen in vlakken loodrecht op het elektrische veld. De afsnijgolf lengten λ_{cmn} van de hogere modi worden gegeven door:

$$(2/\lambda_{cmn})^2 = (m/a)^2 + (n/b)^2. \quad (3)$$

Bij de golfpijp behoort dus een heel modusspectrum: een oneindig aantal modi, die elk worden gekarakteriseerd door twee gehele getallen m en n , positief of nul (maar niet beide nul).

Fig. 2 (zie blz. 90/91) toont het veld van de grondmodus en van enige hogere modi van een rechthoekige golfpijp. Voor $m = 0$ of $n = 0$ heeft alleen het magnetische veld een axiale component, H_z . De axiale component E_z van het elektrische veld is nul. Dit zijn de zg.

H -modi. Er bestaat dus, behalve de grond- (H_{10})-modus, een H_{20} -modus, een H_{30} -modus, een H_{01} -modus, enz. Is noch m noch n nul, dan zijn er twee modi met dezelfde afsnijgolf lengte λ_{cmn} . Bij de eerste, de H_{mn} -modus, is E_z weer nul, maar H_z niet; bij de tweede, de E_{mn} -modus, is H_z nul maar E_z niet. De indices m en n zijn gelijk aan het aantal halve periodes van het golfpatroon dat langs de breedte a resp. de hoogte b optreedt.

Fig. 3 laat zien hoe het veldpatroon van de grondmodus in een overmaatse golfpijp is uitgerekend in de breedte en samengedrukt in de lengte, in vergelijking met het patroon in een normale golfpijp. Is een golfpijp sterk overmaats, dan is het patroon bijna volledig transversaal elektromagnetisch.

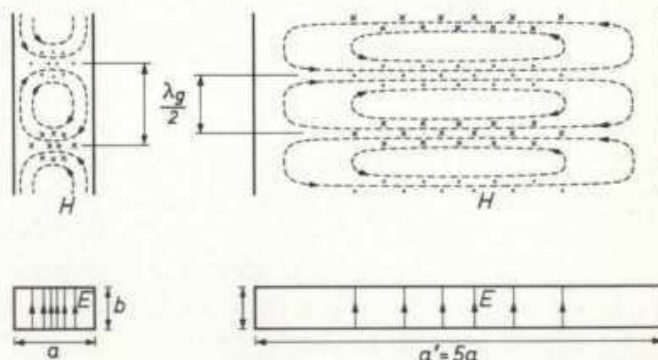
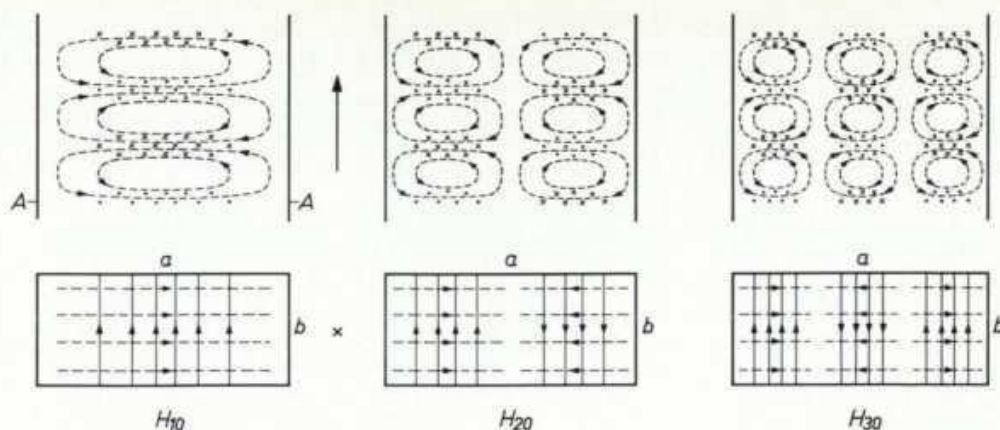


Fig. 3. Het veldpatroon van de grondmodus H_{10} bij gegeven golf lengte in vacuüm λ in een normaal gebruikte golfpijp (breedte a kleiner dan λ) en in een golfpijp ter breedte $a' = 5a$, die overmaats is als $5a > \lambda$ (zie verg. 3). De pijp is hier overmaats gemaakt door de breedte te vergroten; voldoende vergroting van de hoogte b alleen zou eveneens een overmaatse pijp geven; in de praktijk zijn beide afmetingen van een overmaatse golfpijp gewoonlijk aanzienlijk groter dan van een normale golfpijp.

Verg. (3) geeft de afsnijfrequenties $f_{cmn} = c/\lambda_{cmn}$ voor iedere combinatie van de indices m en n . Het spectrum $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}, \dots$, gerangschikt volgens toenemende afsnijfrequenties, hangt af van a en b . Het quotiënt a/b bepaalt de verhouding van de hogere afsnijfrequenties tot f_{c1} . In fig. 4 ziet men twee modusspectra, resp. voor $a/b = 22,86/10,16 = 2,25$ en voor $a/b = 22,86/1,55 = 14,8$. Het eerste geval komt overeen met 3-cm-standaardgolfpijp ($22,86 \times 10,16$ mm inwendig), het tweede met een platte golfpijp waarvan de breedte gelijk is aan die van 3-cm-golfpijp en de hoogte aan die van 4-mm-standaardgolfpijp ($3,10 \times 1,55$ mm inwendig). Voor beide configuraties is het quotiënt f_{c2}/f_{c1} , dat de frequentieband voor stabiele transmissie van de H_{10} -golf bepaalt, gelijk aan 2. Men kan gemakkelijk aantonen dat dit voor $a/b \geq 2$ altijd het geval is. Is deze voorwaarde vervuld, dan kan de golfpijp dus theoretisch over een octaaf van frequenties „normaal” worden gebruikt. Voor praktische doeleinden is evenwel slechts een deel van deze

Fig. 2. Het veldpatroon van de grondmodus en van enkele modi van hogere orde in een rechthoekige golfpijp. Boven langs-, beneden dwarsdoorsnede. De elektrische krachtlijnen zijn getrokken, de magnetische gestreept. Men moet in aanmerking nemen dat vele in de doorsneden getekende lijnen niet de werkelijke krachtlijnen zijn, maar projecties van de krachtlijnen op de doorsneden. In de langsdoorsneden behoren de aangegeven richtingen (de pijlen) bij de krachtlijnen nabij de bovenkant van de golfpijp, en in de dwarsdoorsneden bij de lijnen nabij de doorsnede AA (zie het eerste figuurtje). Deze richtingen corresponderen met een voortplantingsrichting als aangegeven tussen de eerste twee figuurtjes. De frequenties van de modi zijn zo gekozen dat ze in de pijp dezelfde golflengte $\lambda_g = v/f$ hebben (de lengte van de getekende langsdoorsnede is $3/2\lambda_g$; de frequenties zijn dus verschillend voor zover de λ_{e1} verschillend zijn (zie verg. 1).



band bruikbaar: nabij f_{c1} wordt de demping van de H_{10} -modus zeer groot, en nabij f_{c2} kan de ongewenste eerstvolgende modus, H_{20} , zich bijna voortplanten, hetgeen betekent dat deze modus, indien eenmaal opgewekt, slechts heel langzaam uitsterft. Het frequentiequotient $f_{\max}/f_{\min}$ van de band waarin de rechthoekige golfpijp in de praktijk goed is voor normaal gebruik bedraagt slechts 1,6.

Modusbeheersing

Zoals reeds opgemerkt, moet men speciale maatregelen treffen als men wenst dat in een overmaatse golfpijp slechts één modus zich voortplant. En wel omdat, zelfs als men een enkele modus aan de ingang opwekt, er gemakkelijk vele andere modi in de opstelling ontstaan, doordat er in elk onderdeel, en zelfs bij iedere oneffenheid in de golfpijp, *modusconversie* optreedt: valt één

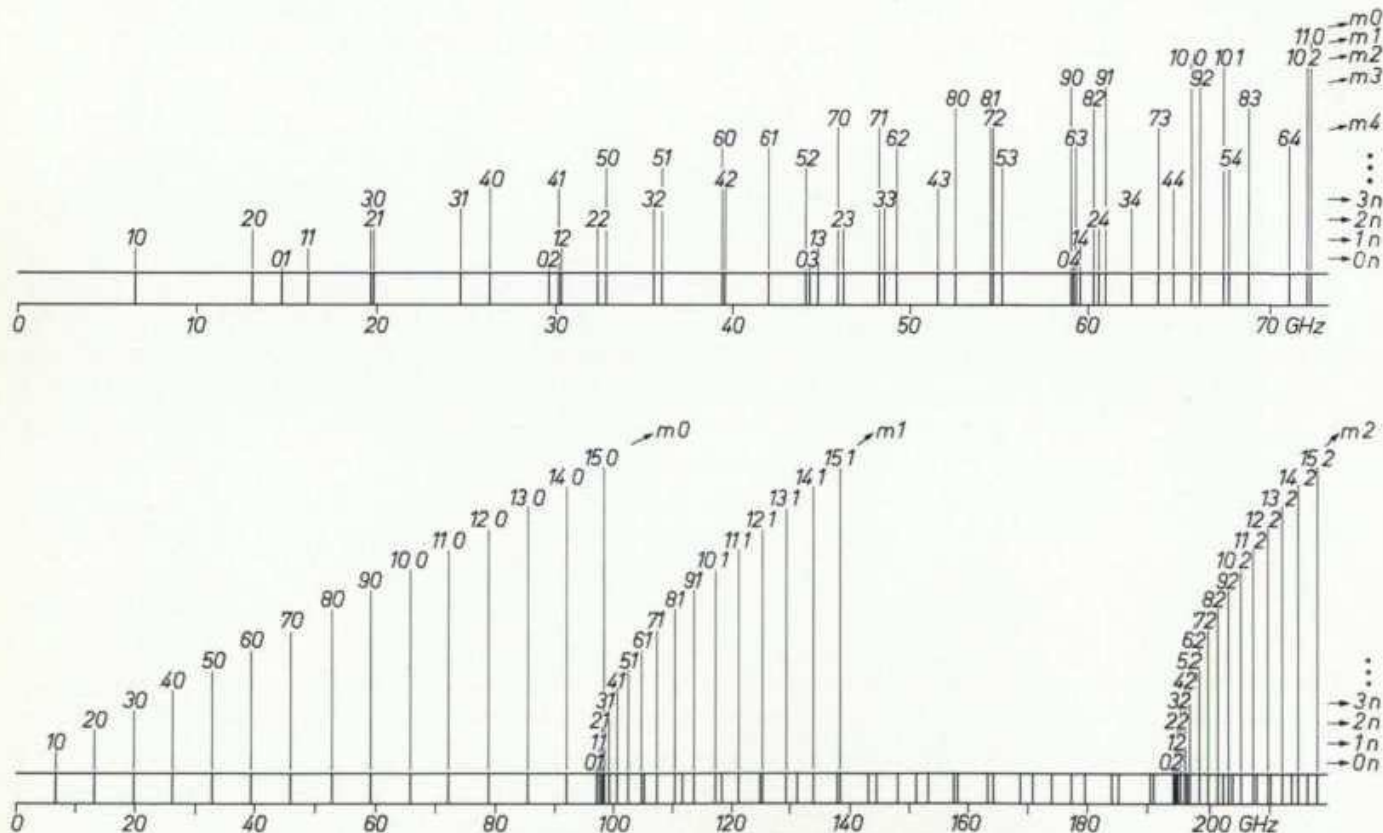
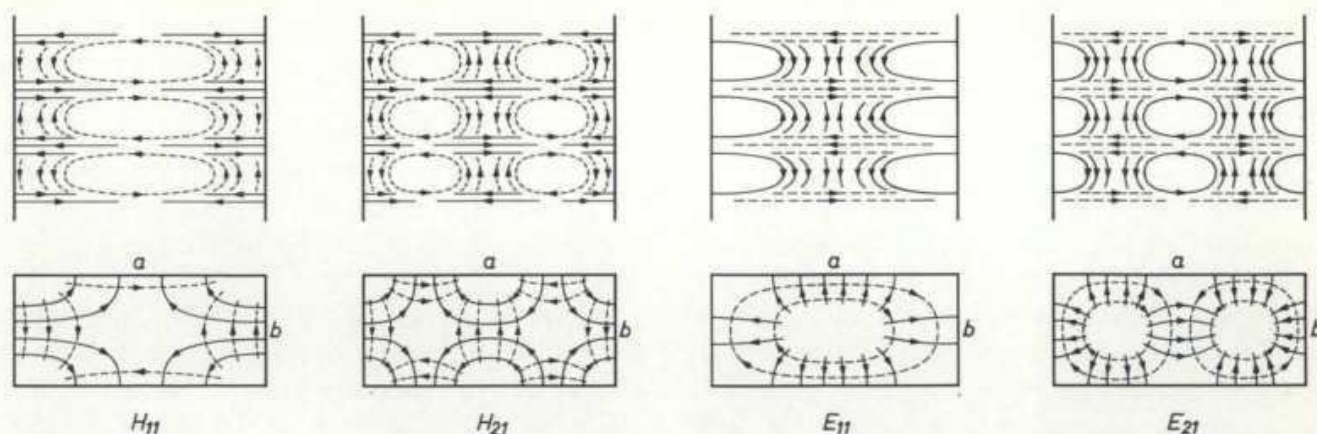


Fig. 4. Het modusspectrum van 3-cm-standaardpijp ($a/b = 2,25$; boven) en van een platte golfpijp met de breedte van een 3-cm-pijp en de hoogte van een 4-mm-pijp ($a/b = 14,8$; onder). De spectra geven de afsnijfrequenties f_{cmn} waarboven zich een modus (m, n) kan voortplanten. De indices m en n zijn in de figuur vermeld. Voor een gegeven paar m, n , beide niet nul, zijn er twee modi: de E_{mn} -modus en de H_{mn} -modus, die dezelfde afsnijfrequentie hebben. Voor $m = 0$ of $n = 0$ bestaan alleen de modi H_{0n} en H_m0 ; E_{0n} , E_m0 en H_{00} bestaan niet.



enkele modus in op het onderdeel of de oneffenheid, dan worden andere modi opgewekt.

Men kan zich afvragen waarom werking op verscheidene modi zo ongewenst is. De reden is dat bij werking op verscheidene modi de beschrijving van de elektromagnetische golven in een keten uitermate gecompliceerd wordt. Zelfs in een recht stuk overmaatse golfpijp ligt de transversale veldverdeling niet meer vast en verandert langs de pijp. Algemeener: beschouwt men een onderdeel als een „black box” met een aantal golfpijparmen, dan moet men voor een complete beschrijving van dat onderdeel de reflexie- en de transmissiecoëfficiënten van alle modi alsmede alle conversiecoëfficiënten kennen. In een opstelling met verscheidene onderdelen wordt de wiskundige beschrijving spoedig zo onhandelbaar dat de veldverdeling in de praktijk onvoorspelbaar is; omgekeerd is het niet mogelijk uit metingen met een dergelijke opstelling definitieve conclusies te trekken betreffende de eigenschappen van een in de opstelling opgenomen, nog nader te onderzoeken, element.

Is de omzetting van de gewenste modus in ongewenste modi te verwaarlozen, dan kunnen we spreken van werking op één modus of stabiele werking van een overmaatse golfpijpopstelling. We wijzen er echter met nadruk op dat, zelfs als de conversiecoëfficiënten van de afzonderlijke onderdelen zeer klein zijn, er hogere modi met niet te verwaarlozen amplitudes kunnen ontstaan. Dit kan zich b.v. voordoen als een hogere modus, die bij de een of andere oneffenheid wordt opgewekt, gevangen raakt tussen twee verloopstukken als in fig. 5. Een verloopstuk (zie het volgende hoofdstuk) is een geleidelijke overgang tussen een overmaatse golfpijp en een normale golfpijp. De laatste laat alleen de grondmodus door, en een hogere modus die uit het overmaatse gedeelte komt wordt totaal gereflecteerd. Dergelijke reflexies aan twee uiteinden kunnen aanleiding geven tot resonantie van een hogere

modus. Is de frequentie van de generator gelijk aan een van de resonantiefrequenties, dan vindt er absorptie plaats, hetgeen een aanzienlijk verlies aan vermogen in de totale transmissie kan veroorzaken. De transmissie kan als functie van de frequentie een groot aantal van zulke resonantie-absorpties vertonen (zie fig. 5). De dichtheid van deze resonanties is des te groter naarmate de resonerende sectie langer is of meer overmaats. Bij een bepaalde resonantiefrequentie is de absorptie des te sterker naarmate de conversiecoëfficiënt van de oneffenheid groter en de demping per eenheid van lengte voor de resonerende modus geringer is. In het grensgeval van een demping nul kan de transmissie zelfs tot nul worden gereduceerd^[10], hetgeen overeenkomt met totale reflexie van de invallende golf.

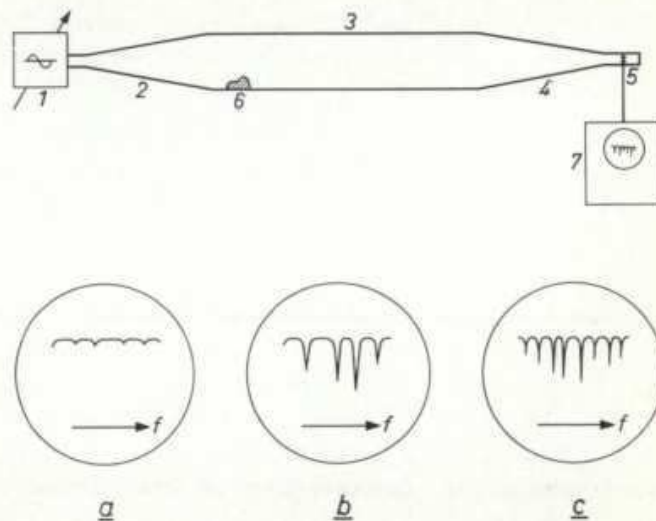


Fig. 5. Resonanties van gevangen modi. Microgolfvermogen uit een generator 1 met zwaaiende frequentie, en met als uitgang een golfpijp van normale afmetingen, wordt via een verloopstuk 2 naar de overmaatse golfpijp 3 geleid en via een tweede verloopstuk 4 naar een in een normale golfpijp gemonteerde breedbanddetector 5. De verloopstukken worden verondersteld vrij te zijn van modusconversie. Bij iedere oneffenheid 6 treedt modusconversie op. Een hogere modus wordt in de verloopstukken gereflecteerd en raakt gevangen; dit veroorzaakt bij bepaalde frequenties resonantie verliezen, die men op de oscillograaf 7 ziet. a) Weinig modusconversie bij 6; b) veel modusconversie; c) de dichtheid van de resonanties neemt toe als de golfpijp 3 langer wordt of meer overmaats.

^[10] H. J. Butterweck, A theorem about lossless reciprocal three-ports, IEEE Trans. CT-15, no. 1, maart 1968.

Er zijn enkele toepassingen van overmaatse golfpijpen waar transmissie in één modus nauwelijks te verwezenlijken is, maar waar werking op meer dan één modus acceptabel is. Wil men b.v. submillimetergolven door een 3-cm-standaardgolfpijp leiden, dan is het, doordat de pijp in hoge mate overmaats is, uiterst moeilijk een nagenoeg ideaal verloopstuk te maken en slechts één modus te doen ontstaan^[11]. Niettemin kan een dergelijke golfpijp nuttig zijn voor energietransport met geringe verliezen over gewone laboratoriumafstanden. In dit geval heeft het bestaan van hogere modi geen grote invloed op de totale transmissie, doordat bij voldoende lengte van de golfpijp de resonanties sterk worden gedempt.

Afgezien van zulke speciale gevallen, laat men overmaatse golfpijpen bij voorkeur op één modus werken. Dit geldt in het bijzonder voor meetdoeleinden. In een brugschakeling b.v. mogen de onderdelen, zoals vermogensdelers en richtkoppelingen, slechts zeer weinig modusconversie vertonen, daar het opwekken van hogere modi gemakkelijk tot onberekenbare fouten leidt.

Enige tijd geleden zijn we in dit laboratorium een onderzoek begonnen om te komen tot de constructie van onderdelen met weinig modusconversie. Daartoe was apparatuur nodig waarmee de conversie gemeten kan worden. Een onontbeerlijk element bij dergelijke apparatuur is de *modusomzetter*, waarvan hieronder een aantal typen worden beschreven. Als een nieuw onderdeel niet aan bepaalde eisen voldoet wat de zuiverheid van de gewenste modus betreft, kan men dit verbeteren door middel van *modusfilters*, die vervolgens ter sprake komen. De metingen om de ontwikkelde onderdelen te toetsen werden uitgevoerd bij continu variërende frequentie (72-77 GHz) met behulp van een zg. oscillator met teruglopende golf (backward wave oscillator).

Modusomzetter

Fig. 6 toont een typische opstelling voor het meten van modusconversie met behulp van een modusomzetter. In het te onderzoeken onderdeel (1) valt een golf in de H_{10} -modus van links in. Een H_{10} -modus en verscheidene in het onderdeel opgewekte hogere modi verlaten het onderdeel via de rechter arm. Al deze modi behalve een bepaalde te meten modus X worden volledig geabsorbeerd door een modusfilter (2) vóór de modusomzetter (3). (Vaak vormt het filter één geheel met de omzetter.) De overblijvende modus X wordt omgezet in de H_{10} -modus in de uitgaande normale golfpijp van de omzetter. De wijze waarop deze omzetting in werkelijkheid geschiedt is voor elk type modusomzetter verschillend en zal hieronder worden besproken. Zijn de transmissie-eigenschappen van de omzetter bekend, dan is de totale $H_{10} \rightarrow H_{10}$ -trans-

missie van de opstelling een maat voor de modusconversie $H_{10} \rightarrow X$ in het onderzochte onderdeel. Er moet voor worden gezorgd dat de omzetter de te meten modus X niet reflecteert, omdat een gereflecteerde golf verdere modusconversie in het onderzochte onderdeel zou kunnen veroorzaken. De ingangsgolfpijp van het te onderzoeken onderdeel kan overmaats zijn of normaal.

Een andere aanpak bij het onderzoek van onderdelen is het meten van de verdeling van de modi in de golfpijp volgens een methode die is voorgesteld door Peaudecerf^[12] en Levinson en Rubinstein^[13]. Deze methode is gebaseerd op het aftasten van het elektromagnetische veld met een enkele beweegbare sonde of met een aantal gelijke vaste sondes. De amplitudes van de verschillende modi kunnen worden bepaald uit de op deze wijze gemeten veldverdeling. Deze methode heeft het voordeel dat de modusverdeling kan worden gemeten in een in werking zijnde opstelling, terwijl met de methode met modusomzetters de modusconversie in één enkel onderdeel wordt bepaald. Zeer kleine vervormingen van het gewenste moduspatroon kunnen door de aftastmethode echter niet precies worden vastgesteld, terwijl met de hieronder te beschrijven omzetters hogere modi die meer dan 40 dB beneden het niveau van de grondmodus liggen gemakkelijk kunnen worden gemeten. Voorts heeft de aftastmethode het nadeel dat de sondes de oorspronkelijke veldverdeling kunnen verstoren.

Alvorens ertoe over te gaan enkele typen modusomzetters in detail te beschrijven, beschouwen we de mogelijke hogere modi in een rechthoekige golfpijp eerst nog wat nader (zie ook fig. 2). Deze kunnen we verdelen in twee klassen, al naar gelang het veld al of niet verandert in de y -richting (de richting loodrecht op de brede wand van de golfpijp). Klasse 1, waarbij het veld wel met y varieert, bevat de E_{mn} - en de H_{mn} -modi met $n \neq 0$. Klasse 2, waarbij het veld niet van y afhangt, bevat de H_{m0} -modi met $m \neq 1$. Zoals we later zullen zien, zijn filters voor de modi van klasse 1 gemakkelijk

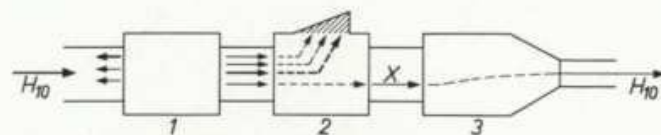


Fig. 6. Meting van de conversie van de gewenste modus H_{10} naar een bepaalde hogere modus X in een te onderzoeken onderdeel 1. De meting geschiedt met behulp van een modusomzetter 3 in combinatie met een modusfilter 2. De grondmodus komt binnen aan de ingang (van normale afmetingen dan wel overmaats) van 1. De grondmodus en verschillende hogere modi kunnen 1 zowel via de uitgang alsook via de ingang (reflexie) verlaten. In 2 worden alle modi die van de uitgang van 1 komen, inclusief H_{10} , geabsorbeerd, behalve de modus X , die in 3 wordt omgezet in de H_{10} -modus in de normale uitgangspijp van 3. In een ideale filter-omzettercombinatie wordt geen der modi aan de ingang gereflecteerd.

te ontwerpen. Enige omzetting in deze modi levert derhalve geen enkel probleem op, zolang het vermogensverlies van de H_{10} -modus niet buitensporig groot wordt. Om deze reden hebben wij alleen voor klasse 2 modusomzetters ontworpen, en in deze klasse slechts voor de meest storende typen H_{20} en H_{30} .

geabsorbeerd door een dempend schot in het midden van de pijp. Bovendien dempt dit schot elke H_{10} -golf die van het overmaatse deel mocht komen. Ten slotte moet men ervoor zorgen resonanties te vermijden van modi die het verloopstuk niet kunnen passeren en gevangen raken. Deze modusomzetter kan daarom het

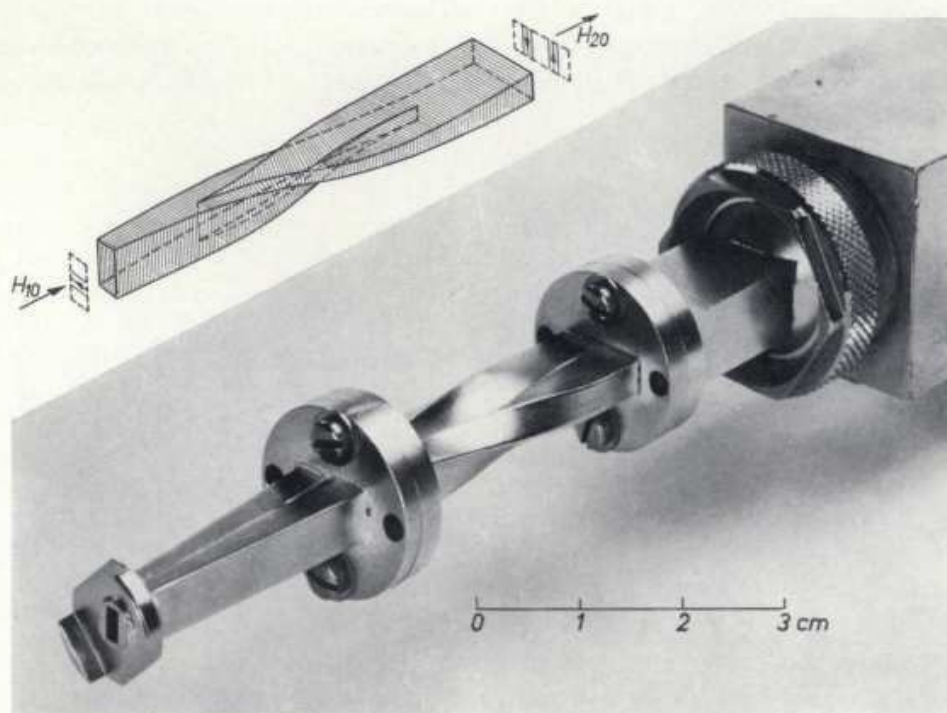


Fig. 7. $H_{10} \rightleftharpoons H_{20}$ -modusomzetter. De tekening links boven verduidelijkt de torsie van de golfpijpdelen.

Fig. 7 toont een $H_{10} \rightleftharpoons H_{20}$ -modusomzetter, die het eerst is voorgesteld door Montgomery, Dicke en Purcell [14]. Een normale golfpijp wordt overlangs gehalveerd door een metalen schot loodrecht op het elektrische veld. Vervolgens worden de twee aldus verkregen golfpijpen in tegengestelde zin over 90° getordeerd. Samenvoeging van de twee naast elkaar liggende veldpatronen levert de gewenste H_{20} -modus, die via een lineair verloopstuk naar een overmaatse golfpijp wordt geleid. Deze constructie kan in beide richtingen worden gebruikt, dus als H_{20} -detector en als H_{20} -opwekker. Deze omzetter geeft enige modusconversie in het verloopstuk, die evenwel willekeurig klein gemaakt kan worden door het verloop voldoende geleidelijk te maken. Een geringe asymmetrie in de gedeelde pijp dan wel in het getordeerde deel kan aanleiding geven tot een H_{10} -golf in de overmaatse pijp; deze kan worden

beste worden gebruikt in combinatie met een der afzonderlijke modusfilters, die in het volgende hoofdstuk worden beschreven.

Wij hebben een $H_{10} \rightleftharpoons H_{30}$ -modusomzetter ontwikkeld op basis van het principe van de modusselectieve richtkoppeling (fig. 8). Twee golfpijpen waarvan de

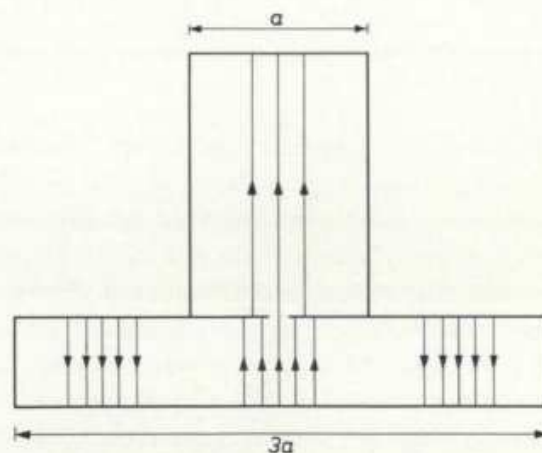


Fig. 8. Dwarsdoorsnede van een $H_{10} \rightleftharpoons H_{30}$ -modusomzetter. Ten gevolge van de gelijke fazesnelheden van de H_{10} -modus in de bovenste golfpijp en de H_{30} -modus in de onderste wordt vermogen in een van deze modi geheel overgebracht op de andere over een afstand die afhangt van de breedte van de koppelsleuf.

- [11] H. J. Butterweck, niet gepubliceerd. Zie ook: H.-G. Unger, Bell Syst. tech. J. **37**, 899-912, 1958.
- [12] M. Peudecerf, proefschrift Universiteit van Toulouse, 1966.
- [13] D. S. Levinson en I. Rubinstein, IEEE Trans. **MTT-14**, 310-322, 1966 en **MTT-15**, 133-134, 1967 (no. 2).
- [14] C. G. Montgomery, R. H. Dicke en E. M. Purcell, Principles of microwave circuits, Radiation Laboratory Series No. 8, McGraw-Hill, New York 1948, blz. 339.

breedten zich verhouden als 1 : 3 zijn gekoppeld via een sleuf. Daar de fazesnelheden van de H_{10} -modus in de smalle pijp en de H_{30} -modus in de brede pijp gelijk zijn, hebben deze modi een sterke wisselwerking. Zoals bij twee gekoppelde slingers met gelijke resonantiefrequentie, wordt de energie in de H_{10} -modus die zich in de smalle pijp voortplant, na een zekere afstand die afhangt van de breedte van de sleuf, geheel overgedragen op de H_{30} -modus die zich in de brede pijp voortplant. Een geleidelijk verloopstuk voert de H_{30} -modus naar de overmaatse golfpijp.

Daar de richtkoppeling en het verloopstuk niet ideaal zijn, is er gewoonlijk nog enig H_{10} -vermogen aanwezig; dit moet in een geschikt modusfilter worden gedissipeerd. Wij hebben daartoe twee dunne dempende foelies aangebracht ter plaatse van de knooppvlakken van het elektrische veld van de H_{30} -modus. Als de foelies niet uiterst dun zijn of niet precies op de juiste plaats staan, vindt er enige omzetting van de H_{30} - in de H_{10} -modus plaats, wat afbreuk doet aan de effectieve werking van het filter. (In de boven beschreven $H_{10} \rightleftharpoons H_{20}$ -omzetter hoeft het dempende schot niet uiterst dun te zijn, omdat dit schot geen aanleiding geeft tot omzetting van de H_{20} - in de H_{10} -modus.)

Volgens onze metingen heeft een dergelijke complete modusomzetter, met in het modusfilter een 12 μm dik foelie van „Mylar” [*] waarop een dempend metaallaagje is aangebracht, een zuiverheid van de H_{30} -modus die beter is dan 50 dB. De oppervlakweerstand van de dempende foelies kan optimaal worden gemaakt volgens bekende principes [15]. Voor een 3-cm-standaardgolfpijp die men laat werken bij een frequentie van 75 GHz ($\lambda = 4$ mm) is de optimale oppervlakweerstand $R_{\square} = 560$ ohm, hetgeen een demping levert van 2,4 dB/cm voor de H_{10} -modus. Evenals bij de $H_{10} \rightleftharpoons H_{20}$ -omzetter dempen de foelies eveneens elke H_{10} -golf uit het overmaatse gedeelte van de golfpijp. Bovendien onderdrukken zij mogelijke resonanties van gevangen modi.

Modusfilters

In de boven beschreven modusomzetters werden, waar nodig, geschikte modusfilters aangebracht. Daar modusconversie echter een algemeen kenmerk is en in overmaatse onderdelen gemakkelijk optreedt, zijn afzonderlijke modusfilters onontbeerlijke attributen voor de „modusbeheersing”. Een modusfilter is een tweepoort die ongewenste modi sterk verzwakt maar de gewenste modus (meestal de H_{10} -modus) nagenoeg ongehinderd doorlaat. Het filter mag geen modi reflecteren, met andere woorden, de selectiviteit moet niet tot stand komen door middel van reflecterende obstakels; deze zouden aanleiding kunnen geven tot resonanties van gevangen modi.

Een eenvoudige constructie van een filter voor de modi van klasse 1 (vgl. blz. 92), nl. E_{mn} en H_{mn} met $n \neq 0$, bestaat uit een of meer dempende schotten loodrecht op de elektrische krachtlijnen van de H_{10} -modus (fig. 9). Deze hinderen de voortplanting van de H_{10} -modus niet, maar dempen alle E_{mn} - en H_{mn} -modi met $n \neq 0$, daar deze in de schotten een tangentiële elektrische veldcomponent hebben. Slechts wanneer alle schotten toevallig samenvallen met knooppvlakken van de modus in kwestie, treedt er geen absorptie op.

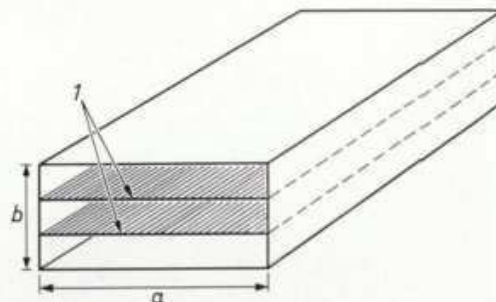


Fig. 9. Filter voor de modi E_{mn} en H_{mn} met $n \neq 0$. Deze modi worden verzwakt door de dempende schotten 1, tenzij in deze schotten de tangentiële E -componenten toevallig alle nul zijn. De H_{10} -modus wordt niet verzwakt, aangezien het E -veld hiervan loodrecht op de schotten staat.

Bij het ontwerpen van dit algemene type modusfilter is het van groot belang op te merken dat een bepaalde H_{mn} -modus ($n \neq 0$) aan de ingang niet alleen een (verzwakte) H_{mn} -modus aan de uitgang doet ontstaan, maar evenzeer een E_{mn} -modus (met dezelfde indices m, n). Evenzo ontstaat er door een invallende E_{mn} -modus een H_{mn} -modus aan de uitgang. Deze modusconversie houdt verband met de „ontaarding” van de modi E_{mn} en H_{mn} : hun fazesnelheden zijn gelijk. Het fazeverschil van een E_{mn} - en een H_{mn} -modus die zich tegelijk in een rechthoekige golfpijp voortplanten is dus constant; met andere woorden, het veldpatroon ontstaan door de superpositie is stabiel. Iedere superpositie van deze modi leidt dus ook tot een modus.

Men kan aantonen [15] dat er twee van zulke combinaties van een E_{mn} - en een H_{mn} -modus zijn die in het beschouwde type modusfilter geen modusconversie ondergaan: de „langssnede”- of „LS”-modi (Engels longitudinal-section modes). Zij worden gekarakteriseerd door de eigenschap $E_y = 0$ resp. $H_y = 0$. Dit houdt in dat of de elektrische of de magnetische krachtlijnen in vlakken evenwijdig met de dempende schotten liggen. Een invallende E_{mn} - of H_{mn} -golf wekt beide typen LS-modi op. Voor een doelmatig filteren van de E_{mn} - en de H_{mn} -modus moeten beide LS-modi in het filter voldoende verzwakking ondergaan.

Het elektrische veldpatroon in het filter is voor de beide LS-modi geschetst in fig. 10, voor het geval

$m = n = 1$ en één symmetrisch geplaatst dempend schot. De eerste modus, $EH_{11}^{(1)}$ genaamd, heeft twee elektrische veldcomponenten, E_x en E_z , evenwijdig met het schot, waarvan E_z bij een sterk overmaatse

modus. Voor sterk overmaatse golfpijp kan de verzwakking van de $EH_{11}^{(1)}$ -modus zelfs minder zijn dan die van de $EH_{11}^{(2)}$ -modus, als $R_{\square}$ met betrekking tot de laatste optimaal wordt gekozen volgens verg. (4).

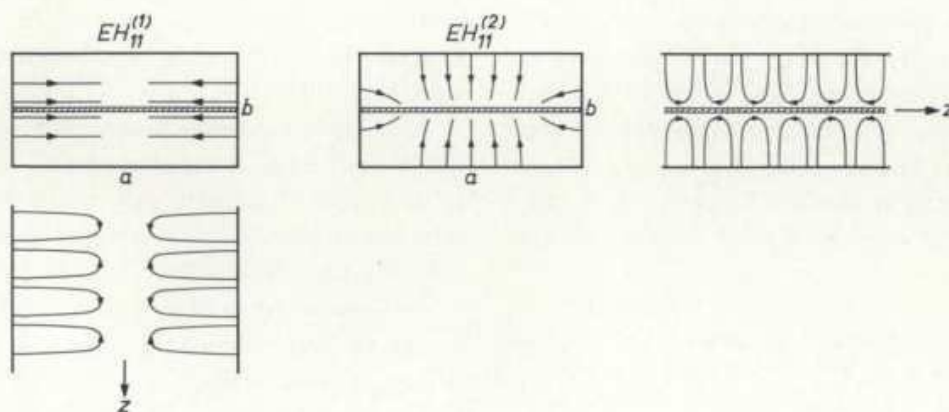


Fig. 10. Het elektrische veldpatroon van de langssnede-(LS)-modi met $m = n = 1$, $EH_{11}^{(1)}$ en $EH_{11}^{(2)}$, in een modusfilter met één symmetrisch geplaatst dempend schot. De LS-modi ondergaan geen modusconversie in een filter van het type van fig. 9.

golfpijp te verwaarlozen is. Deze modus wordt door het schot sterk gedempt. Bij de tweede modus, $EH_{11}^{(2)}$, is E_z echter de enige belangrijke component evenwijdig met het schot, en zelfs deze axiale component is zeer klein, in overeenstemming met de algemene regel dat golven in sterk overmaatse golfpijpen nagenoeg transversaal elektromagnetisch (TEM) zijn (vgl. fig. 3). De oppervlakweerstand van het schot moet dus zorgvuldig worden gekozen, ten einde een redelijke waarde voor de verzwakking van de $EH_{11}^{(2)}$ -modus te krijgen. Zoals gewoonlijk bij absorptieproblemen, is er een optimale waarde van de oppervlakweerstand $R_{\square}$ (noch een ideale geleider noch een ideale isolator absorberen elektromagnetische golven), en voor het geval van één symmetrisch geplaatst schot is voor deze waarde afgeleid [15]:

$$R_{\square} = 140(\lambda/b) \text{ ohm.} \quad \dots \quad (4)$$

De overeenkomstige maximale verzwakking van de $EH_{11}^{(2)}$ -modus (in dB per eenheid van lengte) is:

$$\alpha_{\max} = 3,8 \lambda/b^2. \quad \dots \quad (5)$$

In ons voorbeeld van 3-cm-golfpijp ($b = 10,16 \text{ mm}$) en $\lambda = 4 \text{ mm}$ vinden we $R_{\square} = 56 \text{ ohm}$ en $\alpha_{\max} = 1,5 \text{ dB/cm}$.

We merken nog op dat de betrekkelijk kleine waarde van $R_{\square}$, gegeven door verg. (4), aanzienlijk verschilt van de optimale waarde voor de $EH_{11}^{(1)}$ -

Voor dit geval wordt een compromis voor de waarde van de oppervlakweerstand $R_{\square}$ aanbevolen [15].

Voor de hogere modi van klasse 2 (blz. 92), nl. de H_{m0} -modi met $m \neq 1$, hebben we geen modusfilter met zulke bijna ideale eigenschappen als die van het boven beschreven filter kunnen ontwerpen. We geven hier twee ontwerpen die toch minstens aan bepaalde eisen voldoen. Het eerste type is een breedbandig filter dat alle hogere modi tegelijk verzwakt; de gewenste H_{10} -modus ondergaat evenwel ook enige verzwakking. Het tweede type laat de H_{10} -modus zonder verlies door, maar is smalbandig en absorbeert slechts één hogere modus.

Het eerste type bestaat uit een golfpijp waarvan de smalle wanden van absorberend materiaal zijn (zie fig. 11). Nemen we aan dat de brede wanden ideale

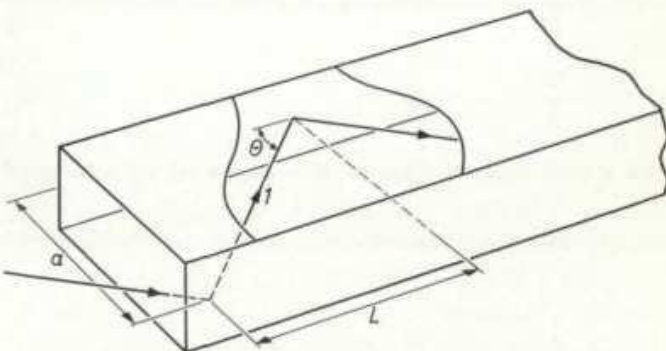


Fig. 11. Filter voor de H_{m0} -modi met $m \geq 2$. De zijwanden zijn van absorberend materiaal. Dit filter is niet ideaal omdat de H_{10} -modus enigszins verzwakt wordt, maar de verzwakking in dB neemt ongeveer kwadratisch toe met de modusindex m (zie verg. 6). Ter verklaring van verg. (6) is in de figuur de zigzag lopende en tegen de wanden gereflecteerde vlakke golf l getekend, waarmee men een H_{m0} -modus kan beschrijven.

[15] H. J. Butterweck, Mode filters for oversized rectangular waveguide, verschijnt binnenkort in IEEE Trans. MTT.

[*] Geregistreerd handelsmerk Du Pont de Nemours.

geleiders zijn, dan wordt de verzwakking (in dB per eenheid van lengte) van de H_{m0} -modi gegeven door:

$$\alpha_m = 8,67 \frac{m^2 \lambda^2}{2a^3} \frac{v_m}{c} \frac{R_w}{Z_0} \quad (6)$$

Hierin is v_m de fazesnelheid van de beschouwde modus, gegeven door verg. (1), R_w de oppervlakweerstand van de absorberende wanden, en $Z_0 = 377$ ohm de karakteristieke impedantie van vacuüm. Is de golfpijp sterk overmaats en is m niet te groot, dan is $v_m \approx c$, zodat α_m vrijwel evenredig is met m^2 . De damping in dB is voor de H_{30} -modus dan dus 9 maal zo groot als voor de H_{10} -modus.

Dat de verzwakking op deze wijze afhangt van de modus-index m , kan men inzien met behulp van de welbekende beschrijving van een H_{m0} -modus als een telkens gereflecteerde zigzag verlopende vlakke golf^[16]. Voor de hoek Θ (zie fig. 11) tussen de voortplantingsrichting van de vlakke golf en de reflecterende wand geldt:

$$\sin \Theta = \lambda / \lambda_{cm0} = m\lambda / 2a. \quad (7)$$

Θ neemt dus toe met toenemend modusgetal m . De afstand L die de golf langs de golfpijp aflegt tussen twee reflexies wordt gegeven door:

$$L = a / \tan \Theta. \quad (8)$$

Het relatieve vermogensverlies per reflexie is gelijk aan $1 - |r|^2$, waarin r de complexe amplitude-reflexiecoëfficiënt van de wand is. Het vermogensverlies in dB per eenheid van lengte van de golfpijp — gelijk aan 2 maal de verzwakkingsconstante α_m — is:

$$2\alpha_m = 8,67(1 - |r|^2)/L = 8,67 (\tan \Theta) (1 - |r|^2)/a. \quad (9)$$

De vermogens-reflexiecoëfficiënt $|r|^2$ van een vlakke golf die scheef invalt op een absorberende wand met oppervlakweerstand R_w blijkt gelijk te zijn aan:

$$|r|^2 = 1 - 4(R_w/Z_0)\sin \Theta. \quad (10)$$

Door substitutie van (7) en (10) in (9) onder gebruikmaking van (1) krijgt men verg. (6) voor de damping van de H_{m0} -modus. Het is duidelijk dat het evenredig zijn van α_m met m^2 een gevolg is van het feit dat zowel het aantal reflexies per eenheid van lengte als het vermogensverlies per reflexie toeneemt met toenemende m .

Bij het tweede type filter (fig. 12), ontworpen voor het onderdrukken van een bepaalde H_{m0} -modus in een sterk overmaatse golfpijp, is de filterwerking gebaseerd op het principe van de selectieve richtkoppeling. Twee hulpgolfpijpen 3 zijn via de diëlektrische foelies 2 aan de hoofdgolfpijp 1 gekoppeld. De door het filter te absorberen modus zij van het type H_{30} . In dat geval moet de breedte c van de hulppijpen ongeveer een derde van die van de hoofdpijp (a) zijn. De fazesnelheid van de H_{10} -modus in deze hulppijpen is dan bij benadering gelijk aan de fazesnelheid van de H_{30} -modus in de hoofdpijp, zodat er sterke wisselwerking tussen deze twee modi optreedt. Evenals bij de $H_{10} \rightleftharpoons H_{30}$ -modus-

omzetter uit het vorige hoofdstuk wordt het vermogen van de H_{30} -modus in de hoofdpijp geheel overgebracht op de hulppijpen en aldaar gedissipeerd, mits de relevante parameters (de diëlektrische constante van de foelie en de afmetingen) op een bepaalde manier, waarop we hier niet verder zullen ingaan, samenhangen. Een gedetailleerde theoretische behandeling vindt men elders^[15].

In de beide hierboven beschreven typen H_{m0} -modusfilters vindt enige omzetting plaats van de H_{10} -modus in de hogere H_{m0} -modi, met m oneven. Voor dit verschijnsel wordt de lezer eveneens verwezen naar het aangehaalde artikel^[15].

We hebben filters van de drie beschreven typen gemaakt in 3-cm-standaardgolfpijp en hun eigenschappen in het 4-mm-gebied gemeten. Voor het eerste type (fig. 9) gebruikten we drie dempende foelies op onderling gelijke afstanden, met een oppervlakweerstand van

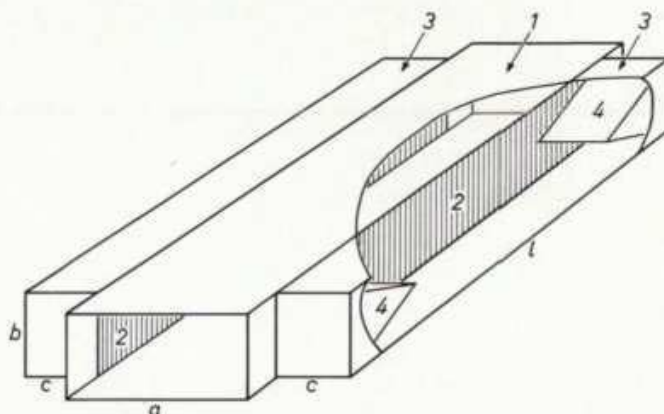


Fig. 12. Filter voor de H_{30} -modus. Vermogen in de H_{30} -modus in de hoofdgolfpijp 1 wordt door middel van de diëlektrische foelies 2 overgedragen op de H_{10} -modus in de hulpgolfpijpen 3, en in de reflexievrije afsluitingen 4 geabsorbeerd. Voor een goede werking van het filter moeten de fazesnelheden van H_{30} in 1 en H_{10} in 3 ongeveer gelijk zijn, d.i. c moet ca. $\frac{1}{3}a$ zijn.

70 ohm en een lengte van 10 cm. Bij gebrek aan een geschikte modusomzetter kunnen we geen kwantitatieve resultaten geven. Het feit dat sterke resonanties van gevangen modi volledig werden onderdrukt wijst er evenwel op dat het filter doeltreffend werkt. Het tweede type (fig. 11) werd voorzien van een absorberende wand met een oppervlakweerstand van ca. 250 ohm. Bij een lengte van 15 cm vonden we de volgende verzwakkingen: 0,6 dB, 2,5 dB en 5,4 dB voor resp. de H_{10} -, H_{20} - en H_{30} -modus. Voor een filter van het derde type (fig. 12), 15 cm lang, vonden we verzwakkingen van 0,3 dB en 30 dB voor resp. de H_{10} - en de H_{30} -modus. Bij de laatste twee typen bedroeg de omzetting van de H_{10} - in de H_{30} -modus ongeveer —30 dB.

[16] S. Ramo en J. R. Whinnery, *Fields and waves in modern radio*, Wiley, New York 1944, blz. 348. Zie ook het aangehaalde artikel van Opechowski^[9].

Onderdelen

We zullen thans een aantal onderdelen voor overmaatse rechthoekige golfpijpen beschrijven; sommige daarvan zijn nieuw. We letten daarbij in het bijzonder op de mate van modusconversie en op de frequentiebandbreedte. In de meeste gevallen hebben we onderdelen kunnen ontwerpen waarvan de werking zich uitstrekt van een voor de pijp „normale” frequentie tot een decade hoger.

Verloopstukken

De uitgangsgolfpijp van een generator van coherente microgolven is gewoonlijk van bij de generatorfrequentie behorende normale afmetingen, zodat men een overgang nodig heeft van deze normale pijp naar de overmaatse pijp. Om een nagenoeg zuivere H_{10} -modus in de overmaatse pijp te krijgen, moet deze overgang zeer geleidelijk verlopen. Een dergelijk verloopstuk is

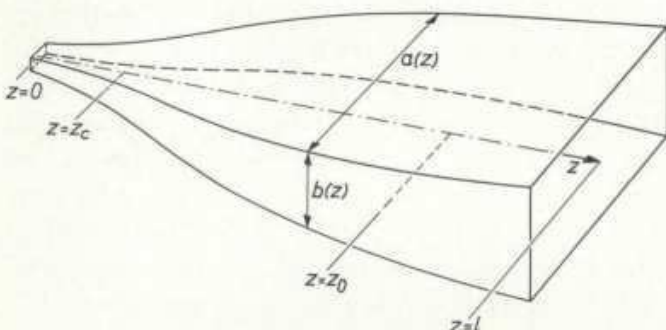


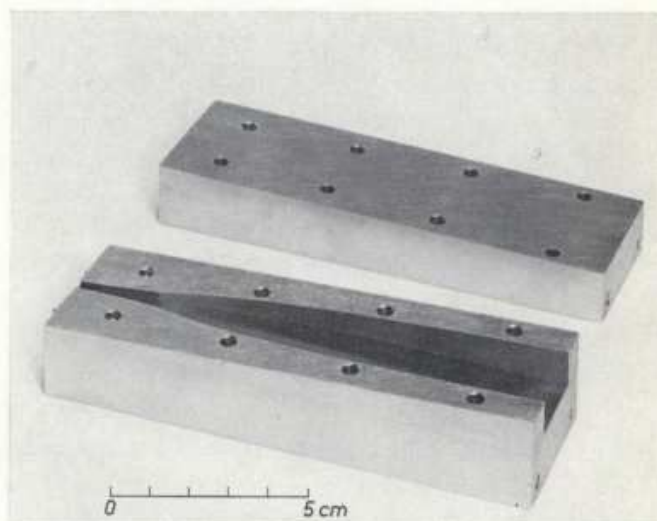
Fig. 13. Verloopstuk voor de H_{10} -modus tussen een normale golfpijp en een overmaatse golfpijp. Het ontwerp is gebaseerd op een minimale $H_{10} \rightarrow H_{30}$ -conversie voor een gegeven lengte van het verloopstuk. De breedte a is een functie van z met een flesachtige vorm, de hoogte b een lineaire functie van z .

ook nodig voor de gebruikelijke, in een normale pijp gemonteerde detectors. In principe kan men een detector ook direct voor een overmaatse pijp ontwerpen, b.v. in de vorm van een homogeen detecterende foelie die dwars in de golfpijp wordt gezet. Voor de meeste toepassingen is een dergelijke detector evenwel niet gevoelig genoeg. Om gevoelige detectie te verkrijgen, moet het vermogen op de een of andere wijze worden geconcentreerd. Dit kan met een verloopstuk veel efficiënter geschieden dan met andere middelen, zoals lenzen en holle spiegels, die bovendien in de overmaatse golfpijp hogere modi opwekken.

In een verloopstuk wordt het veldpatroon van de H_{10} -modus in transversale richting uitgerekt en in longitudinale richting samengedrukt. Dit dient niet gepaard te gaan met een verstoring van het karakteristieke veldpatroon; met andere woorden, er mag geen ernstige modusconversie optreden. Voorts moet de

reflexiecoëfficiënt van een verloopstuk zo klein mogelijk zijn. Gelukkig hebben verloopstukken die met betrekking tot de modusconversie geoptimaliseerd zijn in de meeste gevallen zonder meer een te verwaarlozen reflexiecoëfficiënt. Metingen wijzen op een orde van grootte van 1% voor de reflexiecoëfficiënt.

We beschouwen hier tapse verloopstukken met een geleidelijk verlopende dwarsdoorsnede waarvoor geldt: a) de doorsneden zijn rechthoekig, b) de middelpunten van de rechthoeken liggen op een rechte lijn, de „as” van het verloopstuk, c) de rechthoeken zijn gelijk georiënteerd, het verloopstuk vertoont geen torsie. Men kan aantonen^[11] dat in een rechthoekige golfpijp met geleidelijk verlopende doorsnede het opwekken van de H_{30} -modus, die het meest storend blijkt te zijn, slechts afhangt van de axiale variatie van de breedte a van de pijp. Ruwweg gezegd, neemt de modusconversie af met toenemende lengte van het verloopstuk, maar voor



een bepaalde lengte kan de vorm van het verloopstuk geoptimaliseerd worden met betrekking tot de modusconversie.

Voor een minimale $H_{10} \rightarrow H_{30}$ -conversie in het verloopstuk moet de functie $a(z)$ theoretisch een flesachtige vorm hebben, als in fig. 13; voor b kunnen we een lineaire functie van z kiezen. In een verloopstuk van deze vorm, 140 mm lang, tussen 4-mm-golfpijp (inwendige afmetingen $1,55 \times 3,10$ mm) en 3-cm-golfpijp is de $H_{10} \rightarrow H_{30}$ -conversie minder dan -40 dB (d.i. het vermogen in de aangeslagen H_{30} -modus ligt ten minste 40 dB onder dat in de H_{10} -modus). Daarentegen is de $H_{10} \rightarrow H_{30}$ -conversie in een even lang verloopstuk waarin a lineair met z verloopt veel groter (ca. -18 dB).

Dat de flesvorm van fig. 13 zo goed voldoet, kan men als volgt begrijpen. Ten gevolge van de eindige helling van de wanden doet ieder oneindig klein element van het verloopstuk (b.v. bij $z = z_0$) twee elementaire

golven van de ongewenste modus H_{30} ontstaan; de ene loopt in de richting van het overmaatse deel (in fig. 13 naar rechts), de andere in tegengestelde richting. Deze laatste ondergaat totale reflexie bij $z = z_0$, waar de H_{30} -modus afgesneden wordt, en loopt dan, als secundaire golf, eveneens naar het overmaatse deel. Laten we, wat de primaire golven betreft, het fazeverschil beschouwen tussen de H_{10} -golf bij het begin, $z = 0$, en de H_{30} -golf bij het einde, $z = l$. Dit fazeverschil wordt bepaald door de fazesnelheid van de H_{10} -golf tussen $z = 0$ en $z = z_0$ en door die van de H_{30} -golf tussen $z = z_0$ en $z = l$; het hangt dus af van de plaats z_0 van het element dat tot de conversie aanleiding geeft. De totale H_{30} -amplitude aan de uitgang vinden we door integratie van de elementaire bijdragen, en deze is veel kleiner dan de som van de absolute waarden als gevolg van „destructieve interferentie” (d.w.z. bijdragen van tegengestelde fase doven elkaar uit, geheel of gedeeltelijk, afhankelijk van hun amplitudes). Daar de fazeconstante (de fazedraaiing per eenheid van lengte) van de H_{10} -modus en die van de H_{30} -modus met toenemende breedte a van het verloopstuk beide tot de fazeconstante in vacuüm naderen, nadert hun verschil tot nul als a naar oneindig gaat. De destructieve interferentie wordt dus minder met toenemende breedte, hetgeen betekent dat de bijdragen van het einde van het verloopstuk, overeenkomend met de grootste waarde van de breedte a , een betrekkelijk grote gewichtsfactor hebben. Dit deel moet dus een zeer flauwe helling krijgen, zodat de elementaire bijdragen daarvan tot de modusconversie klein zijn, terwijl het nauwe deel een grotere helling mag hebben. Deze overwegingen hebben tot de flesvorm voor de functie $a(z)$ geleid. Voor de in het afsnijvlak gereflecteerde secundaire golven bepaalt de som van de beide fazeconstanten in kwestie de destructieve interferentie; dit leidt, na integratie, tot totale amplitudes die steeds verwaarloosbaar zijn in vergelijking met het effect van de primaire golven.

Een belangrijk begrip in verband met de analyse van verloopstukken en andere overmaatse golfpijponderdelen is de onderlinge zwevingsgolflengte λ_b van twee modi, d.i. de afstand waarover het fazeverschil van de beide modi met 2π toeneemt. Met andere woorden, λ_b is gelijk aan 2π gedeeld door het verschil van de twee fazeconstanten. Om voldoende destructieve interferentie in een onderdeel te krijgen, moet dit lang zijn in vergelijking met de zwevingsgolflengte λ_b . Voor twee gegeven modi hangt λ_b af van de frequentie en van de afmetingen a en b . Voor de modi H_{10} en H_{30} b.v. is $\lambda_b = 130$ mm in 3-cm-golfpijp bij $f = 75$ GHz.

Wegens de symmetrische vorm van het beschouwde verloopstuk kunnen er geen H_{mn} -modi met even m of oneven n worden opgewekt. Alleen de typen H_{30} , H_{50} , . . . , H_{12} , H_{32} , . . . , H_{14} , H_{34} , . . . komen dus voor.

Hiervan heeft de H_{30} -modus in het algemeen de grootste amplitude, doordat de overeenkomstige zwevingsgolflengte λ_b verreweg het grootst is, en de destructieve interferentie derhalve het kleinst. Om deze reden is ons verloopstuk slechts geoptimaliseerd met betrekking tot de H_{30} -modus.

Ten aanzien van modusconversie is slechts dat deel van het verloopstuk belangrijk waarin de hogere modus in kwestie zich kan voortplanten. Het overblijvende deel kan min of meer willekeurig van vorm zijn. In ons geval is voor dat deel een lineaire functie $a(z)$ gekozen. Voor b als functie van z is over de gehele lengte van het verloopstuk een lineaire functie gekozen, omdat door hoogteveranderingen alleen de typen H_{12} , H_{32} , . . . , H_{14} , H_{34} , . . . worden opgewekt en deze door hun korte zwevingsgolflengten steeds kleine amplitudes hebben.

Bochten

Voor het ontwerpen van overmaatse golfpijponderdelen bestaat tweërlei aanpak. De meeste onderzoekers die op dit gebied werkzaam zijn ^{[8] [17]} maken gebruik van de zg. optische methode, waarbij men aanneemt dat de elektromagnetische energie zich hoofdzakelijk voortplant langs „stralen”, die gekaatst en gebroken worden als in de geometrische optica. Deze methode is vooral voor sterk overmaatse golfpijp goed bruikbaar, omdat de grondmodus H_{10} zich in dat geval bijna als een vlakke golf gedraagt. Er zijn echter enkele onderdelen, zoals verloopstukken en modusfilters, die niet volgens optische principes kunnen worden ontworpen. Het blijkt zeer moeilijk te zijn deze onmisbare elementen te realiseren met een geringe modusconversie als de golfpijp sterk overmaats wordt. In het hier beschreven onderzoek gaven we daarom de voorkeur aan een andere methode, die geschikt is voor matig overmaatse golfpijp. In deze „golfpijpmethode” wordt de geleide golf ontbonden in golfpijpmodi, die in elkaar kunnen worden omgezet.

Fig. 14 toont een H - en een E -bocht die volgens de optische methode ontworpen zijn. De invallende golf, die door een „straal” kan worden voorgesteld, treft onder een zekere hoek een vlakke spiegel en wordt onder dezelfde hoek gereflecteerd naar de uitgang. Er vindt echter enige diffractie plaats, doordat in iedere golfpijp een deel van de wand moet worden weggelaten om de gewenste afbuiging van de straal mogelijk te maken. Daar de stromen in de brede wanden van een sterk overmaatse golfpijp veel groter zijn dan die in de smalle wanden, is de diffractie in het geval van de E -bocht (links in fig. 14) duidelijk sterker. Bij golfpijpen betekent diffractie dat hogere modi worden opgewekt; deze zijn van de typen E_{1n} en H_{1n} voor de E -bocht en van het type H_{m0} voor de H -bocht. Hoewel de eerste met de boven beschreven modusfilters kunnen worden

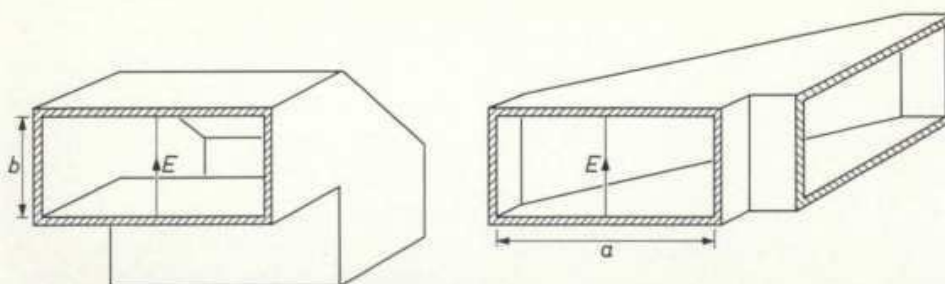


Fig. 14. Een E -bocht (links) en een H -bocht (rechts), beide over 90° , ontworpen volgens de „optische methode”, waarbij men aanneemt dat de voortplanting van elektromagnetische energie hoofdzakelijk plaatsvindt langs „stralen” als in de geometrische optica.

geabsorbeerd, worden de totale verliezen zo groot (verscheidene dB) dat de volgens de optische methode ontworpen E -bocht niet aantrekkelijk is. Anderzijds levert de H -bocht bevredigende resultaten, mits de golfpijp voldoende overmaats is. Een uitvoerige theoretische analyse van deze bocht is door dr. C. J. Bouwkamp in ons laboratorium uitgevoerd [18]. Hij heeft b.v. aangetoond dat het verlies aan vermogen als gevolg van omzetting in de H_{m0} -modi minder is dan 0,4 dB

van fig. 15 is de bocht uitgevoerd als platte (overmaatse) golfpijp, die aan elke kant met de gewone overmaatse golfpijp verbonden is door middel van een verloopstuk. In het gebogen deel treedt in principe modusconversie op in de E_{1n} - en H_{1n} -modi, maar als de hoogte van de platte golfpijp niet groter is dan de halve golflengte, sterven deze exponentieel uit en bereiken de uitgang niet. Een bocht van deze constructie is geschikt voor frequenties vanaf de voor de golfpijp „normale”

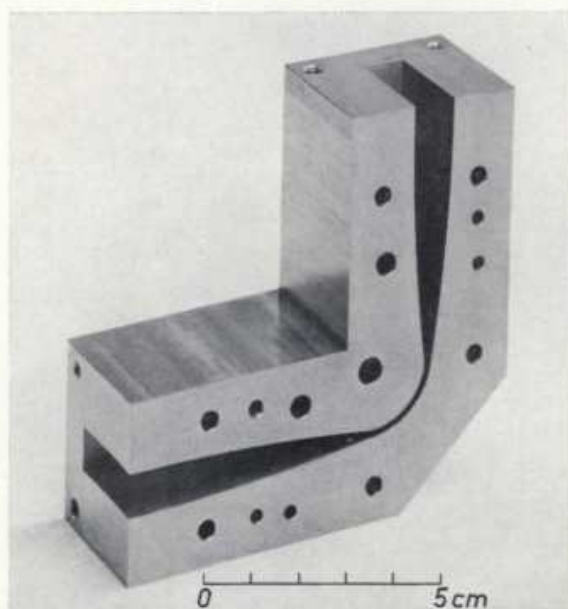
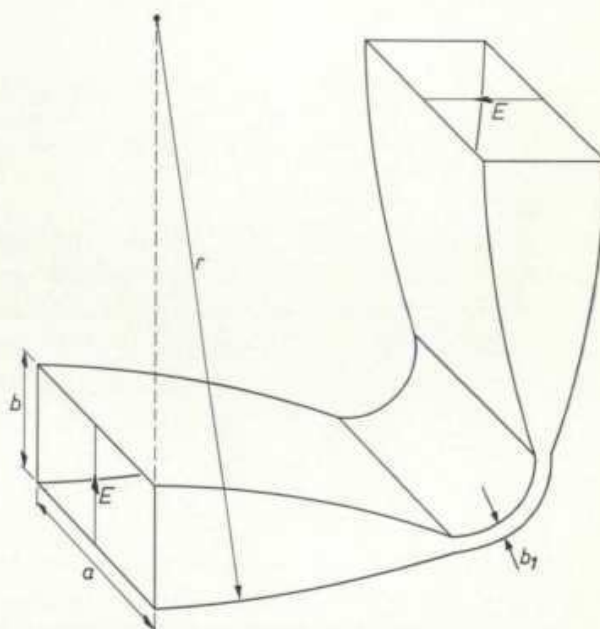


Fig. 15. Een E -bocht over 90° , ontworpen volgens de „golfpijpmethode” (waarbij de golf wordt ontbonden in golfpijpmodi). In principe wordt in de platte pijp de H_{10} -modus wel omgezet in de modi E_{1n} en H_{1n} , maar deze modi planten zich in deze pijp niet voort zolang $b_1 < \frac{1}{2}\lambda$ is. Voor een ontwerp voor $\lambda \geq 4$ mm werden de volgende afmetingen gekozen: $a \times b = 22,86 \times 10,13$ mm; $r = 420$ mm; $b_1 = 2$ mm.



als de frequentie op zijn minst acht maal zo hoog is als de afsnijfrequentie, met andere woorden, als de golfpijp meer dan ca. vijfvoudig overmaats is. Wij merken hierbij evenwel op dat de verliezen in een complete opstelling aanzienlijk groter kunnen zijn ten gevolge van resonanties van gevangen modi.

Daar de optische methode voor de E -bocht onbevredigend is gebleken, hebben we gezocht naar een oplossing volgens de golfpijpmethode. In de constructie

frequentie tot ver in het overmaatse gebied, omdat de maat die bepalend is voor de afsnijfrequentie van de gewenste modus, d.i. de breedte, niet verandert. Het verlies, dat van de orde van slechts enige tienden dB is, bestaat in hoofdzaak uit wandverliezen in de platte pijp.

[17] B. Z. Katsenelenbaum, Soviet Phys. Uspekhi 7, 385-400, 1964/65.

[18] C. J. Bouwkamp, niet gepubliceerd. Zie ook: I. P. Kotik en A. N. Sivov, Radio Engng. Electronic Phys. 10, 140-142, 1965.

Richtkoppelingen

Een bekende, volgens de optische methode ontworpen, richtkoppeling is in *fig. 16* aangegeven. Deze bestaat uit een kruisvormige verbinding in het H -vlak van twee golfpijpen en een diëlektrisch schot S in het diagonale vlak van de kruising. Het schot werkt als halfdoorlatende spiegel en bewerkstelligt een gerichte

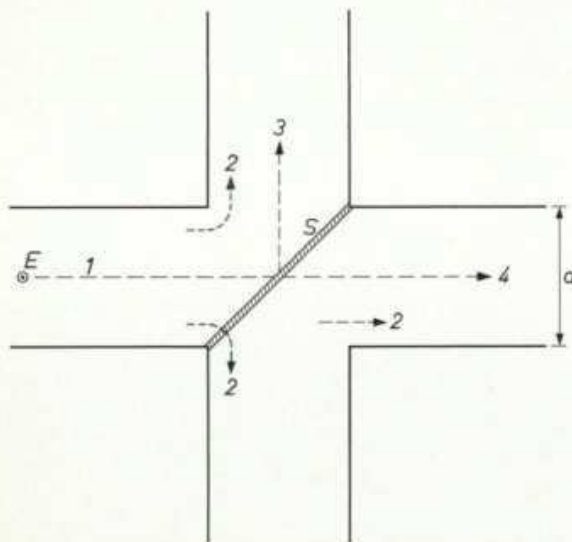


Fig. 16. Richtkoppeling volgens de optische methode. H ligt in het vlak van tekening. De invallende golf 1 wordt aan het diëlektrische schot S gedeeltelijk gereflecteerd (3) en gedeeltelijk doorgelaten (4). Door diffractie vindt er enige ongewenste koppeling tussen 1 en 2 plaats, ook als het schot ontbreekt.

koppeling, evenals bij optische interferometers. Ook zonder schot echter veroorzaakt een grondmodus die een arm binnentreedt enige straling in de zijarmen, ten gevolge van diffractie. De verdeling over de verschillende modi zowel van dit afgebogen vermogen als van het gereflecteerde en het doorgaande vermogen is berekend door Katsenelenbaum^[17] en door Bouwkamp^[18]. Deze diffractieverschijnselen veroorzaken fouten in de richtkoppeling, die minder worden naarmate de golfpijp meer overmaats wordt. Bijzondere voorzorgsmaatregelen moet men nemen als de richtkoppeling wordt gebruikt in de buurt van de afsnijfrequentie van een hogere H_{m0} -modus, met het oog op mogelijke resonanties in de opstelling.

Is er geen speciale reden om een vierpoortsrichtkoppeling te gebruiken, maar is een driepoortstype met een ingebouwd absorberend lichaam bruikbaar, dan verdient de volgende constructie, ontwikkeld volgens de golfpijpmethode, de voorkeur^[19]. Een golfpijp wordt in tweeën gedeeld door een schot evenwijdig met de brede wanden (*fig. 17*). Dit schot bestaat uit twee

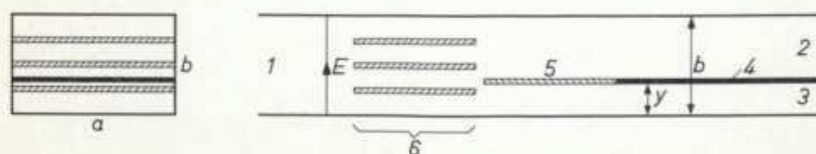


Fig. 17. Principe van een driepoortsrichtkoppeling. Links dwarsdoorsnede, rechts langsdoorsnede. Vermogen uit poort 1 wordt in de verhouding $(b-y) : y$ verdeeld over de poorten 2 en 3, die ontkoppeld zijn. 4 metalen foelie, 5 halfdoorlatende dempende foelie, 6 filter voor de hogere modi.

delen, een metalen foelie 4 en een weerstandsfoelie 5 die halfdoorlatend is voor microgolven. Van poort 1 komend vermogen wordt verdeeld over de golfpijpen 2 en 3 volgens de verhouding van hun hoogten. Deze verhouding bepaalt de koppelingsfactor van de richtkoppeling. Een golf die van poort 2 komt geeft geen vermogen bij poort 3; immers bij twee golfpijpen, gescheiden door een homogene foelie als 5, geeft een lopende golf in de ene pijp geen aanleiding tot een in de tegenovergestelde richting lopende golf in de andere

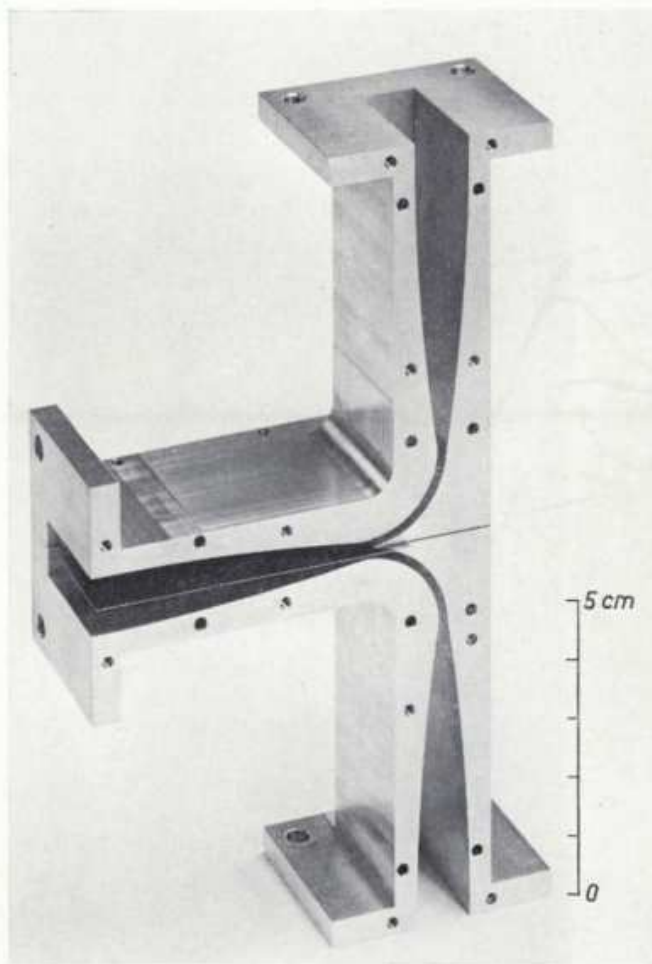


Fig. 18. Praktische vorm van een 3-dB-richtkoppeling, volgens het principe van *fig. 17*.

pijp^[19]. De hogere modi die door de dempende foelie 5 ontstaan worden door een modusfilter 6 bij poort 1 verzwakt. De dempende foelie 5 en de dempende foelies van het filter 6 komen overeen met de ingebouwde afsluiting in de conventionele richtkoppelingen. Een meer praktische vorm van een richtkoppeling voor overmaatse golfpijpen is in *fig. 18* aangegeven. Met deze

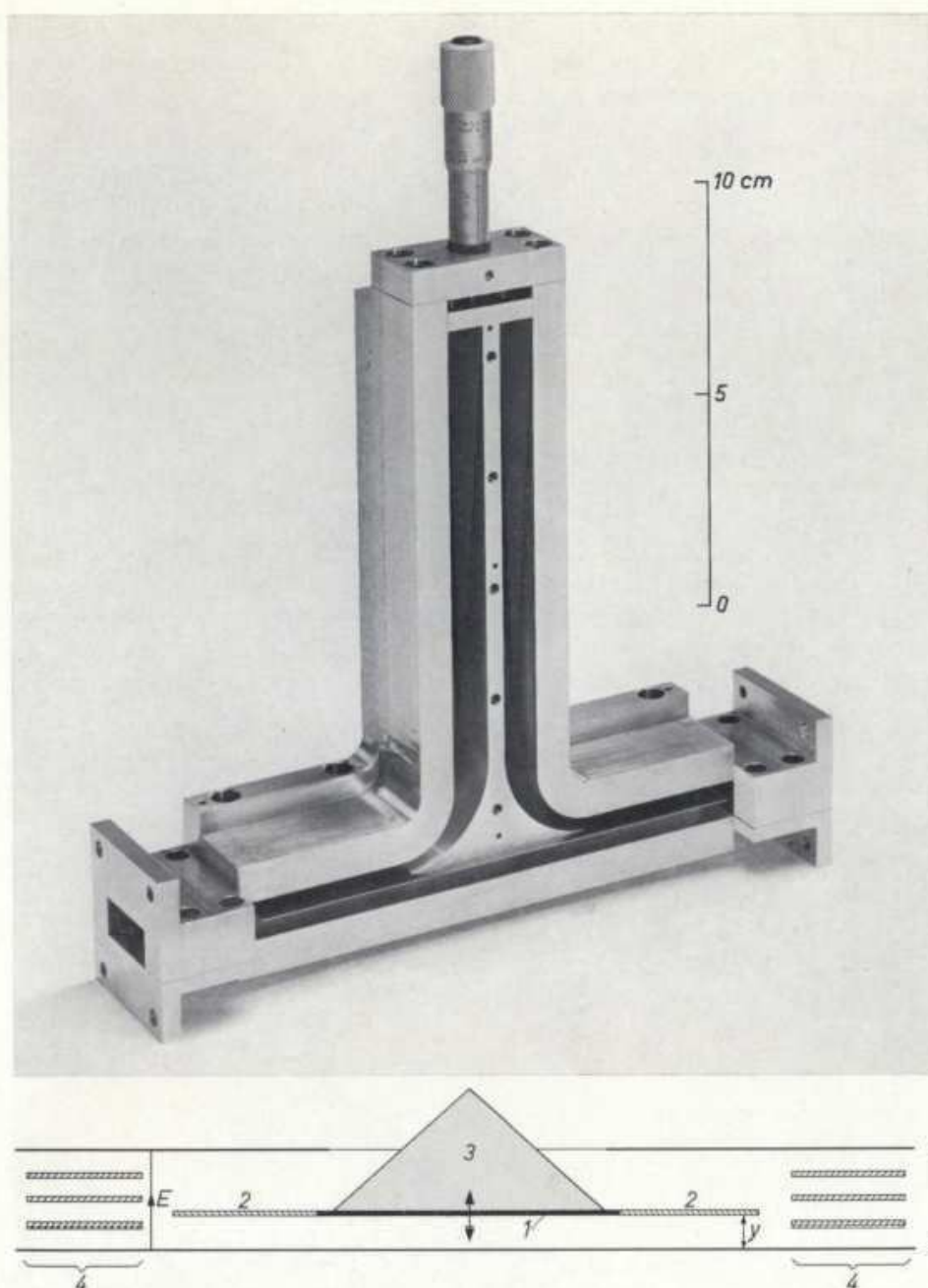


Fig. 19. Variabele verzwakker, afgeleid van de richtkoppeling van fig. 17. De golfpijp wordt weer gesplitst door het metalen schot 1 en de dempende foelies 2. Het vermogen in de bovenste pijp wordt geabsorbeerd in de reflexievrije afsluiting 3. De verzwakking wordt geregeld door 1, 2 en 3 als één geheel omhoog of omlaag te bewegen. Hogere modi worden weer uitgefilterd door de modusfilters 4.

constructie is een richteffect van ca. 50 dB verkregen bij een koppeling van 3 dB ($\lambda = 4$ mm, 3-cm-golfpijp). Een groot voordeel van dit ontwerp is dat de koppeling onafhankelijk is van de frequentie en uitsluitend door de afmetingen wordt bepaald. Evenals de *E*-bocht van fig. 15 is deze richtkoppeling in principe breedbandig.

Enkele variabele onderdelen

In principe kan de boven beschreven richtkoppeling ook als een van de frequentie onafhankelijke *verzwakker* worden gebruikt wanneer men één arm reflexievrij afsluit. In fig. 19 zijn twee van zulke richtkoppelingen symmetrisch in cascade geschakeld, zodat de in- en de

uitgangsgolfpijp weer op volle hoogte zijn. De verzwakker kan gemakkelijk *variabel* worden gemaakt door het tussenschot beweegbaar te maken. Daar elk der richtkoppelingen in principe een reciprook element is, is de totale verzwakking in dB theoretisch gelijk aan twee maal de koppeling in dB per richtkoppeling; dus (zie fig. 19):

$$\text{verzwakking} = 20 \log (b/y). \quad (11)$$

Volgens onze metingen ($\lambda = 4$ mm, 3-cm-golfpijp) was

[19] S. B. Cohn, *Microwaves* 5, no. 6, 62, 1966; G. W. Epprecht, *International Microwave Symposium Digest*, Boston, mei 1967, blz. 10; W. K. Kahn, idem, blz. 54-57.

de verzwakking minimaal 0,5 dB en maximaal 50 dB.

Fig. 20 toont een eenvoudige constructie van een *variabele fazedraaiër*; enkele details worden in het onderschrift verklaard. Deze „lijnlangtevariator” kan worden toegepast in al die gevallen waar een variatie van de lengte geen moeilijkheden geeft.

Door een variabele fazedraaiër en een kortgesloten variabele verzwakker in cascade te schakelen, verkrijgt

dig gelijk aan y/b . De faze kan met de vóór de verzwakker geplaatste lijnlangtevariator worden geregeld.

Conclusies

Na de eigenschappen van enige speciale onderdelen enigszins uitvoerig beschreven te hebben, willen wij de voornaamste aspecten van op één modus werkende overmaatse golfpijpen samenvatten. We hebben gezien

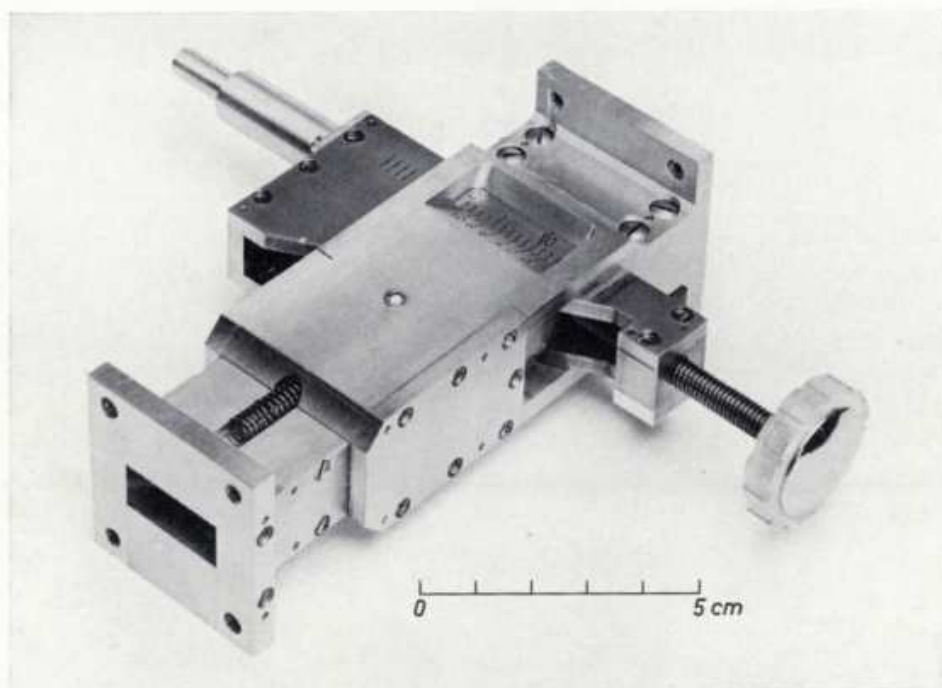
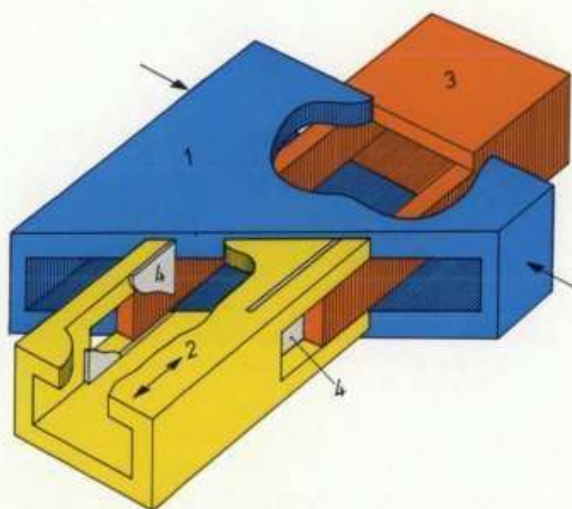


Fig. 20. Variabele fazedraaiër (lijnlangtevariator). De fazedraaiing tussen de twee uiteinden van een golfpijp wordt geregeld door de lengte van de pijp te variëren. Door aan de knop te draaien, verschuift men het gedeelte 1 in de dwarsrichting, waardoor het deel 2 van de golfpijp in de lengterichting over het vaste deel 3 glijdt. Boven- en onderkant van de golfpijp worden gedeeltelijk door 1 gevormd. 4 is een dun metalen plaatje dat de variabele opening tussen 2 en 3 bedekt.



men een *variabele impedantie*. Daar de uitgang in dit geval niet toegankelijk hoeft te zijn, kan de constructie worden vereenvoudigd door slechts de helft van de verzwakker van fig. 19 te gebruiken. Dit leidt tot een constructie als in fig. 21, waar de metalen foelie van de richtkoppeling kennelijk overbodig is geworden. De absolute waarde van de reflexiecoëfficiënt wordt geregeld door de kortsluiting 1 samen met de dempende foelie 2 op en neer te bewegen; deze waarde is eenvoud-

dat onderdelen die volgens de optische methode ontworpen zijn, alleen bevredigend werken als de golfpijp voldoende overmaats is. Is de golfpijp echter meer dan tienvoudig overmaats, dan moeten de verloopstukken en de modusfilters — onmisbare onderdelen voor de meeste toepassingen — zo lang worden dat dit ernstig ongemak geeft. Quasi-optische golfpijponderdelen zijn daardoor slechts bruikbaar in een beperkt frequentiegebied, dat in de praktijk ongeveer tussen de grenzen

„vijfvoudig” en „tienvoudig overmaats” ligt, overeenkomend met één octaaf. Daarentegen werken enkele van de in dit artikel beschreven en volgens de golfpijpmethode ontworpen onderdelen over een decade van frequenties, nl. tussen „niet overmaats” en „tienvoudig overmaats”.

Bijna alle onderdelen geven aanleiding tot enige modus-conversie in ongewenste modi. Dit verschijnsel is niet alleen hinderlijk met het oog op het verlies aan vermogen in de grondmodus, maar ook met het oog op

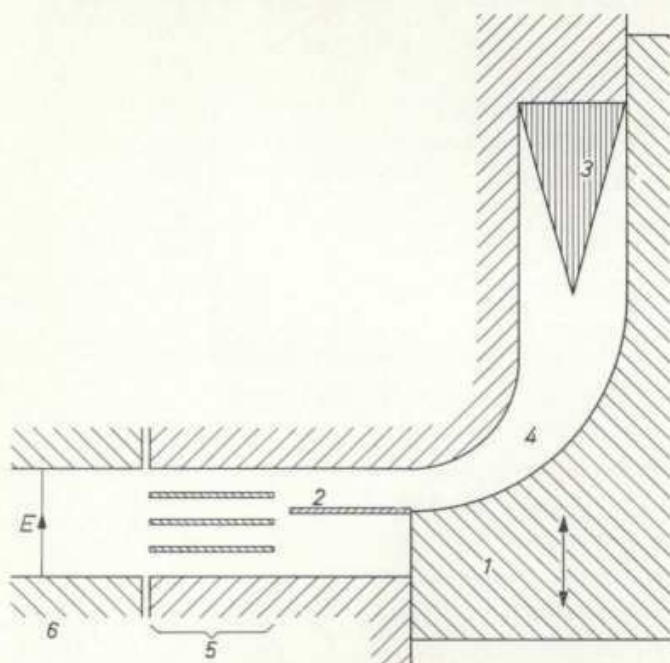


Fig. 21. Een afsluiting met een reflexiecoëfficiënt waarvan de absolute waarde regelbaar is, en die te samen met de variabele fazedraaier van fig. 20 (6 in deze figuur) een variabele impedantie vormt. De absolute waarde van de reflexiecoëfficiënt wordt geregeld door het blok 1 samen met de dempfolie 2 op en neer te bewegen. 3 reflexievrije afsluiting. 4 reflexievrije E-bocht. 5 modusfilter. De absolute waarde van de reflexiecoëfficiënt is y/b (vgl. fig. 19).

mogelijke wisselwerking tussen de hogere modi die in de verschillende onderdelen ontstaan, en in het bijzonder op mogelijke resonanties van gevangen modi. Om deze wisselwerkingen en resonanties geheel of ten minste gedeeltelijk te onderdrukken, gebruikt men modusfilters. Voor de hogere modi van klasse 1 (de E_{mn} - en de H_{mn} -modi met $n \neq 0$) kunnen vrijwel ideale filters worden gemaakt met behulp van dempende folies; derhalve verdienen die onderdelen de voorkeur die slechts conversie in deze modi vertonen. Dit is b.v. het geval met de E-bocht van fig. 15 en de richtkoppeling van fig. 18. Deze onderdelen worden gekarakteriseerd door de eigenschap dat alle langsdoorsneden evenwijdig met de smalle wanden congruent zijn. Voorts zijn deze onderdelen in principe breedbandig, doordat de enige grens die aan de frequentie gesteld wordt een ondergrens is, nl. de afsnijfrequentie van de grond-

modus waarin de transmissie moet plaatsvinden, en deze wordt bepaald door de breedte van de golfpijp.

Toleranties in vorm en afmetingen van onderdelen hebben we in dit artikel niet besproken. Het behoeft geen betoog dat er grote zorg moet worden besteed aan de fabricage van de onderdelen en aan het uitlijnen in een opstelling, omdat iedere afwijking van de ideale afmetingen, iedere discontinuïteit bij de flenzen en iedere inhomogeniteit langs de golfpijp in principe hogere modi kan doen ontstaan.

Tot slot willen we enige toepassingen van overmaatse rechthoekige golfpijpparaatuur opnoemen.

- 1) Transmissie over korte afstanden, zoals b.v. bij de voeding van een radarantenne.
- 2) Het meten van fysische eigenschappen van materialen, b.v. de diëlektrische constante, het geleidingsvermogen, de oppervlakimpedantie.
- 3) De gelijktijdige transmissie van microgolven van verschillende frequenties verspreid over een brede band (multiplex-transmissie).
- 4) Transmissie van grote vermogens. Deze toepassing kan echter aan beperkingen onderhevig zijn in verband met doorslag of temperatuurstijging in enkele van de hier beschreven onderdelen.
- 5) Het is wellicht mogelijk de overmaatse rechthoekige golfpijp door schaalverkleining van de onderdelen ook toe te passen in het submillimetergebied.

In toepassingen als deze heeft de rechthoekige golfpijp bewezen superieur te zijn aan een ronde golfpijp die in de H_{01} -modus werkt. Een groot nadeel van deze laatste is dat het opwekken van de gewenste modus en het filteren zeer moeilijk is, zodat gebruik ervan slechts gerechtvaardigd is als volledig profijt wordt getrokken van de uiterst geringe demping van deze modus. „Modusbeheersing” in de ronde golfpijp is vooral zo moeilijk doordat de gewenste H_{01} -modus ontaard is met de E_{11} -modus, zodat conversie welhaast niet is te vermijden.

Samenvatting. Voor het transport van mm-golven hebben overmaatse golfpijpen voordelen boven de normale golfpijpen: door hun grootte zijn ze gemakkelijker te vervaardigen en te hanteren, de verliezen erin zijn kleiner en er kunnen onderdelen voor zeer grote bandbreedte voor worden gemaakt. Speciaal voor meetdoeleinden is de werking op één modus van de overmaatse golfpijp essentieel, omdat bij werking op meer dan één modus het veldpatroon in de praktijk onvoorspelbaar is. Om werking op één modus te garanderen, moet men de modi „beheersen”: er moeten maatregelen worden getroffen om conversie van de grondmodus in hogere modi te voorkomen, of om de gevolgen van conversie teniet te doen. Een onmisbaar element om onderdelen op modusconversie te toetsen is de modusomzetter, die een gegeven hogere modus omzet in de grondmodus. Een tweede onmisbaar element voor modusbeheersing is het modusfilter, dat in het ideale geval alle hogere modi absorbeert zonder de grondmodus te dempen. Enige modusomzetters en filters worden beschreven. Enkele van de besproken overmaatse golfpijponderdelen: verloopstukken, bochten, richtkoppelingen en variabele verzwakkers, fazedraaiers en impedanties, zijn bruikbaar in een frequentieband van een decade breed.

Stereo-tekeningen, gemaakt met behulp van een digitale rekenmachine

- I. Het maken van stereo-tekeningen met de COBRA-tekentafelcombinatie
- II. Stereo-afbeelding van het „Duphaston“-molecuul
- III. Een oplossing van de Van der Pol-vergelijking, ruimtelijk voorgesteld

Indien een rekenmachine een driedimensionele figuur heeft berekend, laat men om de figuur te kunnen beoordelen in het algemeen door een x-y-schrijver een aantal projecties tekenen. Men krijgt echter een veel vollediger indruk als men de figuur ruimtelijk kan zien, en dan liefst nog van verschillende kanten. In een drietal korte artikelen wordt dit toegelicht. In het eerste artikel wordt beschreven hoe een numeriek bestuurde tekenmachine een stereo-tekeningenpaar kan maken door, uitgaande van de coördinaten van de figuur, die b.v. door de rekenmachine zijn bepaald, eerst zelf de projecties te berekenen die voor de stereo-afbeelding nodig zijn. Als illustratie wordt het ontwerp van een televisiebeeldbuis besproken. Het tweede artikel geeft een ander voorbeeld van stereoscopische presentatie: van een molecuul waarvan de structuur met een rekenmachine is bepaald uit röntgendiffractiegegevens, worden een groot aantal tekeningen gemaakt, die als film gemonteerd de indruk geven dat men het molecuul om een as ziet draaien, maar die ook paarsgewijs gecombineerd kunnen worden voor een ruimtelijk beeld. De projecties worden hierbij door de rekenmachine zelf berekend, waarna een x-y-schrijver de tekeningen maakt. Als laatste voorbeeld wordt in het derde artikel behandeld het weergeven van een oplossing van de niet-lineaire vergelijking van Van der Pol. Alle voorbeelden worden met anaglyfen geïllustreerd.

I. Het maken van stereo-tekeningen met de COBRA-tekentafelcombinatie

G. C. M. Schoenaker

Inleiding

Op grote schaal wordt tegenwoordig gebruik gemaakt van teken- en graveermachines om werkstukken van zeer uiteenlopende aard te maken, zoals fotomaskers voor geïntegreerde schakelingen en opgedampte bedrading, maar ook tekeningen waarmee het ontwerp of een bepaald stadium in de fabricage van een produkt kan worden gecontroleerd. Een voorbeeld van dit laatste is het controleren van ponsbanden die dienen voor numerieke besturing van een gereedschapswerktuig, b.v. een freesbank. Daarbij laat men de teken-tafel de projecties van de gereedschapsbaan (in casu

de freesbaan) op de drie coördinaatvlakken tekenen; eventuele fouten in het programma worden dan zichtbaar. Het besturen van een dergelijke tekenmachine gebeurt gewoonlijk met een besturingssysteem van een zelfde type als wordt gebruikt voor het besturen van gereedschapswerktuigen.

We hebben onlangs in dit tijdschrift een kleine digitale rekenmachine beschreven, de COBRA, die speciaal werd ontworpen als universeel besturingssysteem voor gereedschapswerktuigen, en die ook zeer goed voor het besturen van een tekenmachine kan worden gebruikt^[1]. Voor het vervaardigen van de genoemde controletekeningen heeft de COBRA twee belangrijke voordelen

Ir. G. C. M. Schoenaker, medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

boven de conventionele besturingssystemen. Ten eerste kan de COBRA-tekentafelcombinatie in principe de ponsbanden voor alle bestaande besturingssystemen controleren, terwijl de meeste conventionele systemen alleen ponsbanden kunnen controleren die voor verwerking door een zelfde type besturingssysteem zijn gemaakt. Ten tweede kan deze combinatie, zonder de hulp van een rekenmachine, behalve de orthogonale projecties op de coördinaatvlakken ook orthogonale, scheve en perspectivische projecties op een willekeurig vlak tekenen, waardoor men een veel duidelijker beeld van de gereedschapsbaan kan krijgen. Bovendien kan men dan met twee perspectivische projecties een stereofbeelding maken, wat in vele gevallen nog een aanzienlijke verbetering betekent. We zullen nu eerst in het kort de werking van de COBRA behandelen en daarna het maken van controletekeningen met de COBRA-tekentafelcombinatie.

Tekenen met de COBRA

De COBRA is een kleine rekenmachine, op de gebruikelijke wijze samengesteld uit een geheugen (1024 adressen van 24 bits), een rekenorgaan en een orgaan voor de interne besturing. De COBRA wordt geschikt gemaakt om een bepaald gereedschapswerktuig te besturen door de opdrachten die hiervoor nodig zijn in de vorm van een zg. *besturingsprogramma* in het geheugen te plaatsen (stored logic). De gegevens over een te maken werkstuk, het zg. *werkstukprogramma*, worden tijdens de bewerking via ponsband aan de COBRA toegevoerd. De COBRA vormt op deze wijze een zeer flexibel systeem: overgang op het besturen van een ander werktuig kan zeer snel gebeuren door een ander besturingsprogramma met behulp van ponsband in het geheugen te plaatsen; dit programma behoeft voor elk gereedschapswerktuig slechts éénmaal te worden opgesteld.

Voor het maken van een werkstukprogramma wordt uit de gegeven werkstukvorm de gewenste gereedschapsbaan berekend; hieruit worden de gegevens geselecteerd die in het werkstukprogramma naar de COBRA moeten worden gevoerd. Voor het frezen van een nokschild zijn dit b.v. een aantal punten van de baan, en gegevens over de frees en de bewerkingssnelheid. De COBRA berekent nu tijdens het frezen door interpolatie tussen de gegeven punten de baan die de frees moet volgen. Voor het vervaardigen van een werkstukprogramma is dikwijls de hulp van een grote rekenmachine

nodig; meestal wordt dan als programmeertaal gebruikt de APT-taal [2].

Ook als besturingsorgaan voor een tekentafel werkt de COBRA op de bovenomschreven wijze. Gedurende de jaren dat de COBRA in combinatie met een tekenmachine (type Aristomat) in het Philipslaboratorium te Eindhoven in gebruik is, is het maken van tekeningen ter controle van ponsbanden voor numeriek bestuurd gereedschapswerktuigen een belangrijk deel van de werkzaamheden gaan omvatten. Nemen we als voorbeeld de verschillende stadia van het ontwerpen en fabriceren van een nieuw type televisiebeeldbuis. Men gaat hierbij uit van een aantal eisen, deels van technische en deels van artistieke aard. Een rekenmachine bepaalt uit deze eisen en een aantal vaste gegevens de vorm van een buis die aan de gestelde eisen voldoet. Daarna wil men uit tekeningen kunnen beoordelen of de verwerking door de rekenmachine geen onverwachte effecten heeft opgeleverd, b.v. deuken of afplattingen in de vorm van de buis.

In het volgende stadium wordt het werkstukprogramma gemaakt voor de vervaardiging van twee hardmetalen matrijzen voor het persen van de buis. Voordat deze bewerking wordt uitgevoerd, wil men eerst de ponsband met het werkstukprogramma controleren op fouten. Men voert de ponsband dan toe aan de COBRA-tekentafelcombinatie en laat de tekentafel een projectie tekenen van de banen die het middelpunt van de frees tijdens het verwerken van het programma zal volgen (fig. 1). Eventuele fouten in het programma worden nu zichtbaar. In de COBRA moet hierbij een zodanig besturingsprogramma zijn geplaatst dat de COBRA-tekentafelcombinatie de numeriek bestuurd freesbank die voor de fabricage gebruikt zal worden geheel simuleert. Voor het tekenen van deze banen is

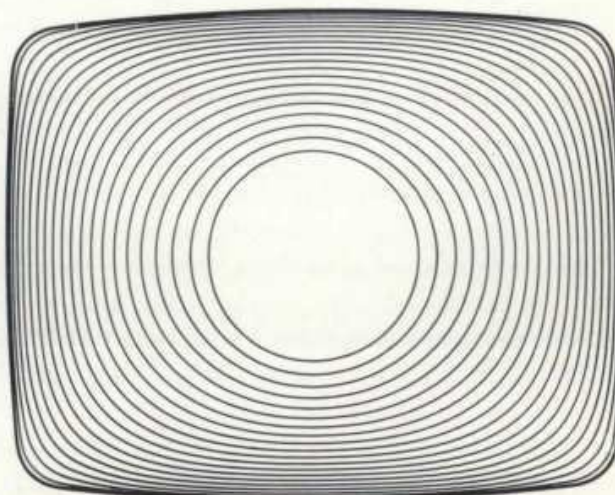


Fig. 1. Controletekening van het werkstukprogramma waarmee een matrijs voor het persen van een televisiebeeldbuis wordt gefreesd. Getekend is een orthogonale projectie op het x,y -vlak van enkele banen die het middelpunt van de frees tijdens de bewerking zal volgen.

[1] R. Ch. van Ommering en G. C. M. Schoenaker, De COBRA, een kleine digitale rekenmachine voor numerieke besturing van gereedschapswerktuigen, Philips techn. T. 27, 285-298, 1965/66.

[2] J. Vlietstra, De APT-programmeertaal voor numerieke besturing van gereedschapswerktuigen, Philips techn. T. 28, 339-345, 1967 (no. 11).

een grote nauwkeurigheid vereist; de teken- en graveermachine die in combinatie met de COBRA wordt gebruikt heeft een absolute nauwkeurigheid van $\pm 25 \mu\text{m}$ over een veld van $85 \times 85 \text{ cm}$ en een reproduceerbaarheid van $10 \mu\text{m}$, waarmee aan de eisen ruimschoots is voldaan.

Voor een driedimensioneel werkstuk worden in de regel als controletekeningen de orthogonale projecties op de drie coördinaatvlakken getekend. In sommige gevallen, b.v. dat van fig. 1, geeft dit voldoende informatie over de juistheid van de ponsbandgegevens. Soms kan

gaande van de gegeven x -, y - en z -coördinaten van bepaalde punten van een werkstuk of van een gereedschapsbaan, deze projecties te kunnen tekenen kunnen ook door de COBRA worden verricht. Met een hiervoor ingericht besturingsprogramma kan de COBRA-tekentafelcombinatie dus b.v. een perspectivische tekening maken, uitgaande van het normale werkstukprogramma waarmee het werkstuk later wordt gefabriceerd. We zullen nu eerst de berekeningen behandelen die voor het maken van een perspectivische projectie nodig zijn.

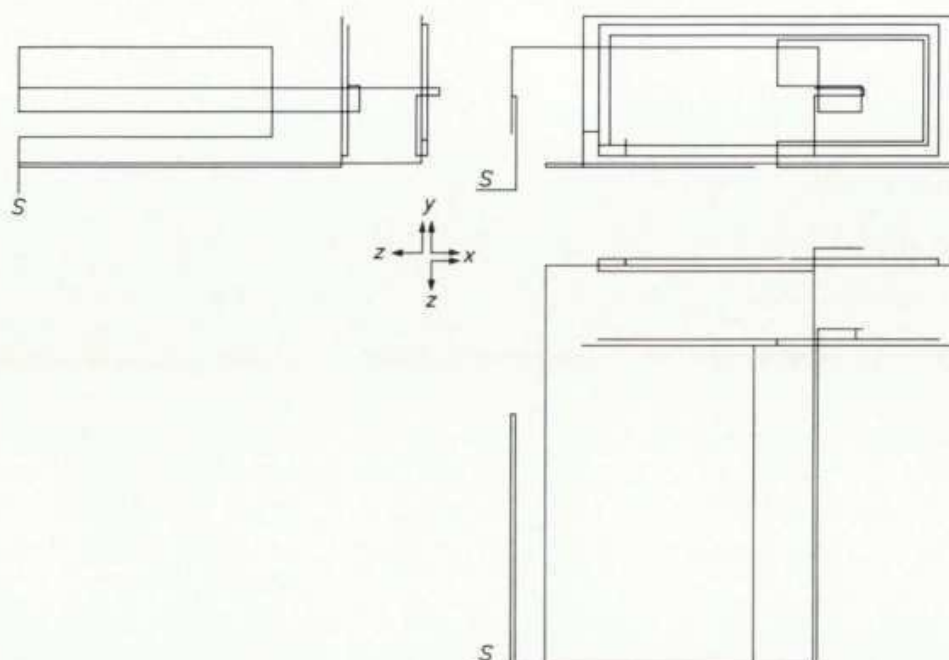


Fig. 2. Controletekening van een werkstukprogramma voor het frezen van een werkstuk op een driebassige freesbank, waarbij de verplaatsing van de frees tijdens de bewerking steeds slechts langs één as plaatsvindt. Getekend zijn de orthogonale projecties op de drie coördinaatvlakken; S is het beginpunt van de freesbaan. Uit dit soort tekeningen kan slechts met grote moeite de freesbaan worden teruggevonden. (Het werkstuk was hier een freem voor een instrument.)

men echter in deze projecties de gereedschapsbaan slechts met grote moeite zien. Dit geldt vooral als het een ingewikkeld werkstuk betreft dat wordt gemaakt op een driebassige freesbank, waarvan tijdens de bewerking steeds slechts één slede kan bewegen, zodat de verplaatsing van de frees of in de x -, of in de y -, of in de z -richting plaatsvindt. De projectietekeningen geven dan een groot aantal rechten in x -, y - en z -richting, waaruit de freesbaan moeilijk en soms zelfs in het geheel niet kan worden bepaald (fig. 2).

Zoals hierboven al is gesteld, krijgt men een duidelijker beeld van de freesbanen indien als controletekeningen behalve de orthogonale projecties op de coördinaatvlakken ook orthogonale, scheve of perspectivische projecties op een willekeurig vlak getekend kunnen worden. De extra berekeningen die nodig zijn om, uit-

De perspectivische projectie

Om een perspectivische tekening te maken waarbij een voorwerp vanuit een bepaald punt wordt gezien, moet het voorwerp vanuit dit punt, het zg. centrumpunt, worden geprojecteerd op een plat vlak dat loodrecht staat op de „kijkrichting”. Ten einde bij het bekijken van de aldus ontstane tekening het voorwerp in het juiste perspectief te kunnen waarnemen, verdient het aanbeveling dit vlak in of dichtbij het voorwerp te kiezen.

In fig. 3 is een dergelijke situatie geschetst. De plaats van het centrumpunt C in het assenstelsel is bepaald door de hoeken α en β en de afstand $OC = r$. Als projectievlak nemen we het vlak door de oorsprong O van het coördinatenstelsel x, y, z loodrecht op de lijn CO . We definiëren nu een tweede coördinatenstelsel

u, v, w , met de oorsprong eveneens in O , waarvan de w -as samenvalt met de lijn CO en de u -as in het x, y -vlak ligt. Het gekozen projectievlak valt dus samen met het u, v -vlak. We beschouwen een punt P van het voorwerp, dat vanuit C wordt geprojecteerd in een punt P' op het u, v -vlak. We willen nu het verband bepalen tussen de u - en de v -coördinaat van P' en de gegeven coördinaten van P en C .

Het verloop van deze berekening is als volgt. Vanuit P wordt een loodlijn getrokken op het u, v -vlak. Het voetpunt P'' van deze loodlijn ligt dan op OP' , en de

van het punt P met een matrix M , waarvan de elementen bepaald zijn door de hoeken α en β . Als $\mathbf{p}$ de rijvector (x_P, y_P, z_P) is en $\mathbf{p}'$ de rijvector (u_P, v_P) , luiden de formules:

$$\mathbf{p}' = \frac{r}{r - w_P} \mathbf{p} M, \quad \dots \quad (3)$$

met

$$w_P = \mathbf{p} \mathbf{m}. \quad \dots \quad (4)$$

Hierin is $\mathbf{m}$ een kolomvector waarvan de elementen eveneens bepaald zijn door α en β .

Volledigheidshalve vermelden we hier nog de vorm van de matrix en de kolomvector:

$$M = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \beta \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix}.$$

De berekeningen volgens verg. (3) en (4) omvatten een aantal vermenigvuldigingen en delingen en kunnen dus geheel door de COBRA worden uitgevoerd. Deze heeft er wel een vrij lange rekentijd voor nodig (ca. 200 ms); de COBRA werkt immers als een normale, zij het eenvoudige, rekenmachine en voert de bewerkingen uit als een serie instructies zoals optellen, schuiven, enz.

Bij het tekenen van een perspectiefprojectie zou in principe voor elk punt van de te projecteren figuur de berekening moeten worden uitgevoerd. Verg. (3) geeft echter zoals vermeld een lineaire transformatie weer, wat betekent dat bij rechtlijnige bewegingen van het gereedschap maar één keer per lijnstuk een berekening nodig is. Aangezien bij het programmeren van de te beschrijven gereedschapsbanen (b.v. met gebruik van de APT-programmeertaal) de kromme lijnen worden benaderd door een groot aantal rechte lijnstukjes, is dus het aantal berekeningen beperkt. Dit is belangrijk, gezien de genoemde vrij lange rekentijd per punt, want een te groot aantal berekeningen zou ertoe leiden dat de tekensnelheid van de tekentafel zou moeten worden verlaagd, omdat anders de COBRA niet tijdig de commando's voor de tekentafel beschikbaar zou hebben.

Voor het besturen van een tekentafel moet aan de COBRA een besturingsprogramma worden toegevoerd dat subroutines bevat voor het uitvoeren van lineaire interpolatie, voor automatische versnelling en vertraging van de sleden, voor het werken met verschillende schaalfactoren in de x - en de y -richting, enz. Voor het tekenen van de projecties is nu een programma gemaakt dat behalve deze subroutines ook subroutines bevat voor het uitvoeren van de transformatieberekeningen

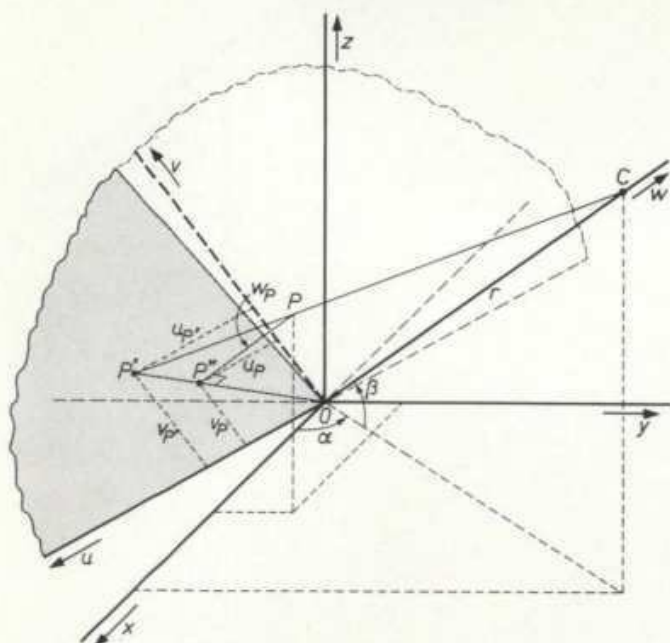


Fig. 3. Situatieschets voor het berekenen van de perspectivische projectie P' van een punt P gezien vanuit het gekozen centrumpunt C . Het projectievlak is hier het vlak door O loodrecht op de lijn CO . Van het coördinatenstelsel u, v, w valt de w -as samen met CO , het u, v -vlak met het projectievlak. De u, v -coördinaten van P' worden uitgedrukt in α, β, r en de x, y, z -coördinaten van P .

lengte PP'' is gelijk aan de w -coördinaat van het punt P . In de rechthoekige driehoek COP' geldt:

$$\frac{OP'}{OP''} = \frac{r}{r - w_P} \quad \dots \quad (1)$$

Met behulp van (1) kunnen we nu de u - en de v -coördinaat van P' uitdrukken in de u, v, w -coördinaten van P :

$$\frac{u_{P'}}{u_P} = \frac{v_{P'}}{v_P} = \frac{r}{r - w_P} \quad \dots \quad (2)$$

De u, v, w -coördinaten van P kunnen met een eenvoudige lineaire transformatie worden berekend uit de gegeven x, y, z -coördinaten, daarna volgen uit (2) de coördinaten van P' . De transformatie is op elegante wijze te schrijven als een vermenigvuldiging van de vector

volgens verg. (3) en (4). De ligging van het centrum-punt C kan dan nog willekeurig worden gekozen. Als dit besturingsprogramma in het geheugen van de COBRA is geplaatst, moeten dus voor het maken van een tekening steeds behalve de ponsband met de gegevens van de tekening (het werkstukprogramma) ook de gegevens van het centrumpunt worden toegevoerd.

Als voorbeeld is, uitgaande van de ponsband waarmee fig. 1 werd getekend, een perspectivische tekening gemaakt van de freesbanen voor een van de matrijzen van de desbetreffende televisiebeeldbuis (fig. 4). De buis is van het 56-cm-type, dat wil zeggen de diagonaal van het venster van de beeldbuis heeft een lengte van 56 cm. Als centrumpunt voor de tekening is een punt

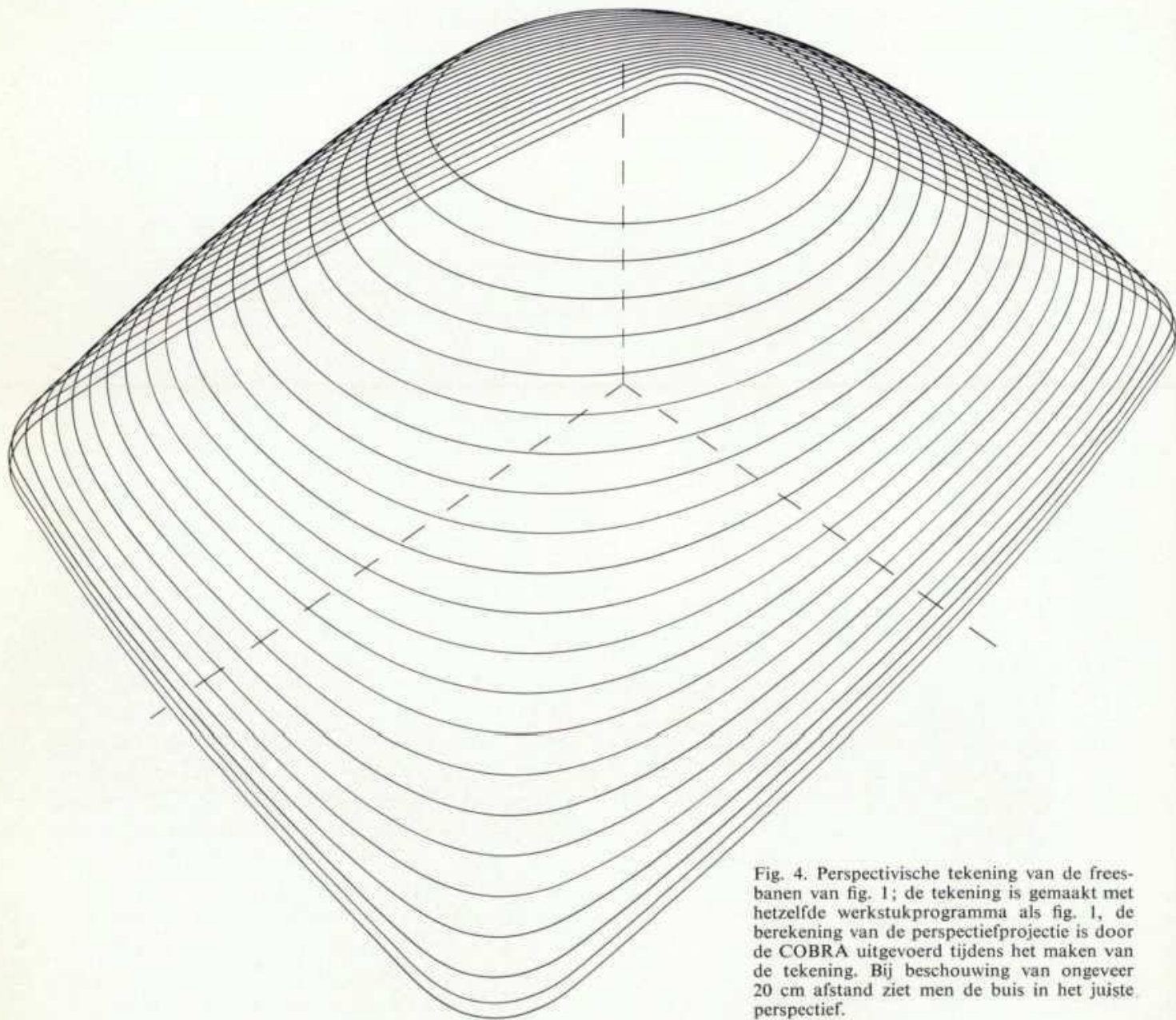


Fig. 4. Perspectivische tekening van de freesbanen van fig. 1; de tekening is gemaakt met hetzelfde werkstukprogramma als fig. 1, de berekening van de perspectiefprojectie is door de COBRA uitgevoerd tijdens het maken van de tekening. Bij beschouwing van ongeveer 20 cm afstand ziet men de buis in het juiste perspectief.

Deze gegevens — de afstand r en de elementen van de matrix M en de vector $\mathbf{m}$ — kunnen met een gebruikelijk type bandponser in enkele minuten op een ponsband worden aangebracht. Door een aantal van deze ponsbandjes (elk ca. 9 cm lang) in voorraad te houden, kan men een voorwerp dus snel vanuit verschillende gezichtspunten laten tekenen.

genomen waarvoor $\alpha = \beta = 45^\circ$ en $r = 64$ cm. De tekening is op de tekentafel op ware grootte gemaakt maar in dit tijdschrift verkleind weergegeven; om de buis in het juiste perspectief te zien, moet men fig. 4 van ongeveer 20 cm afstand bekijken. Als tweede voorbeeld geeft fig. 5 een perspectivische tekening die gemaakt is met het werkstukprogramma van fig. 2. Voor het cen-

trumpunt geldt hierbij ook $\alpha = \beta = 45^\circ$ en $r = 64$ cm. Uit deze figuur kan de freesbaan veel gemakkelijker worden afgeleid dan uit fig. 2.

In sommige gevallen vormt de vertekening die in een perspectiefprojectie optreedt een nadeel. Men wil nl. vaak in de controletekening enkele belangrijke afmetingen kunnen nameten, en dit is door de vertekening niet mogelijk. Voor deze gevallen kan men tussen de verschillende eisen een compromis sluiten door een *scheve parallelprojectie* te tekenen; dit is een parallelprojectie op een van de coördinaatvlakken waarbij de projecterende lijnen een hoek maken met dit vlak. Kiezen we deze projectiehoek 45° , dan blijven niet alleen de afmetingen in het desbetreffende coördinaatvlak ongewijzigd, maar ook die in de (scheef getekende) derde coördinaatrichting. In de tekening kunnen nu alle afmetingen in de drie coördinaatrichtingen worden gecontroleerd, terwijl toch uit deze projectie de freesbaan meestal nog vrij duidelijk kan worden afgeleid. Fig. 6 toont zulk een projectie voor de freesbaan van fig. 5.

De scheve parallelprojectie kan men evenals de orthogonale projectie met hetzelfde besturingsprogramma vervaardigen als de perspectiefprojectie; men moet hiervoor alleen een andere matrix M en vector $\mathbf{m}$ aan de COBRA toevoeren. In feite zou men tevens $r = \infty$ moeten stellen. Dit is uiteraard onmogelijk; maar men kan in verg. (3) en (4) hetzelfde effect bereiken door $\mathbf{m}$ te vervangen door de nulvector.

De stereoscopische presentatie

Laten we de tekentafel *twee* perspectiefprojecties van een driedimensioneel voorwerp tekenen, vanuit twee verschillende centropuntten, dan vormen deze tekeningen voor genoemde punten als plaats van de ogen een stereopaar. Voor een natuurlijke ruimtelijke indruk moet men de centropuntten uiteraard kiezen op plaatsen waar de beide ogen van een mens zich bij het waarnemen van het voorwerp zouden kunnen bevinden. Bekijken we deze tekeningen in een stereoscoop, dan krijgen we dezelfde ruimtelijke indruk als de waarnemer in de werkelijkheid zou krijgen. De stereoscopische waarneming geeft een verdere verbetering ten opzichte van het bekijken van één perspectiefprojectie. Vooral bij het beoordelen van een ontwerp is het van belang om in een vroeg stadium een zo volledig mogelijke indruk van het eindresultaat te krijgen; door het variëren van bepaalde parameters kan men dan de vorm aan bepaalde eisen aanpassen. Deze methode wordt zelfs toegepast voor gecompliceerde voorwerpen zoals auto-carrosserieën — waarbij immers de visuele indruk juist van uitermate groot belang is.

Ter illustratie is in fig. 7 een stereopaar bestaande uit twee projecties van de 56-cm-televisiebeeldbuis van fig.

1 en 4 weergegeven door anaglyfen. Voor het tekenen van de twee perspectiefprojecties is weer dezelfde band met werkstukgegevens gebruikt, de buis is echter vanuit een ander gezichtspunt bekeken dan in fig. 4.

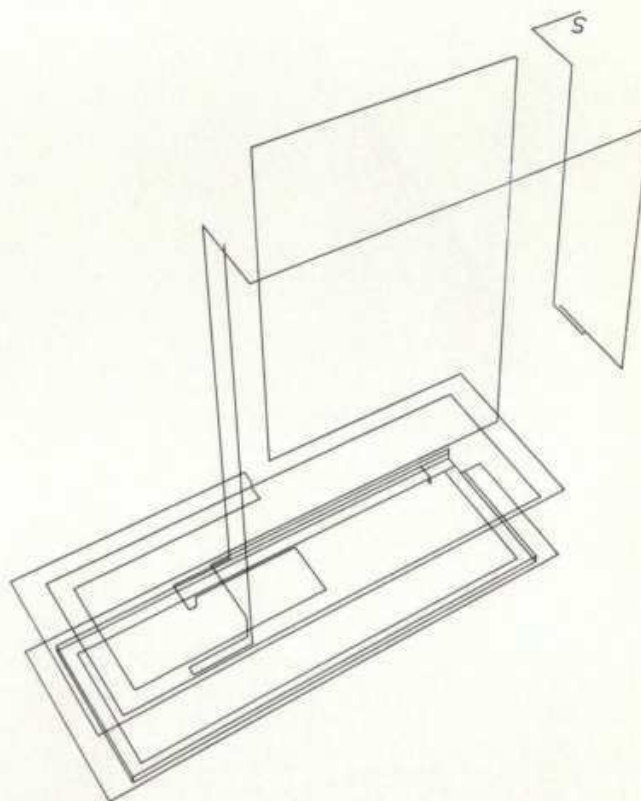


Fig. 5. Perspectivische tekening van de freesbaan van fig. 2, vervaardigd met hetzelfde werkstukprogramma. De freesbaan is hier duidelijk te volgen; S is het beginpunt van de baan. De afmetingen zijn in deze figuur uiteraard sterk vertekend. Bij beschouwing van een afstand van ongeveer 20 cm ziet men de baan in het juiste perspectief.

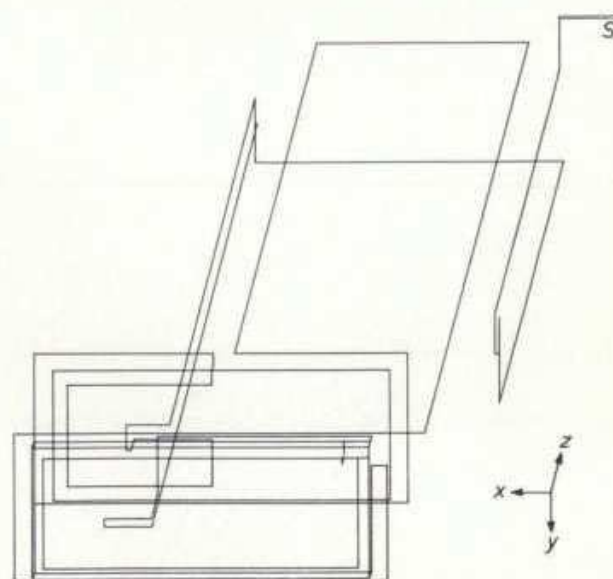


Fig. 6. Scheve projectie van de freesbaan van fig. 5. S beginpunt. Deze tekening heeft het voordeel dat de afmetingen niet alleen in het x, y -vlak maar ook in de z -richting gelijk zijn aan de werkelijke afmetingen; het volgen van de freesbaan is echter iets lastiger dan in fig. 5.

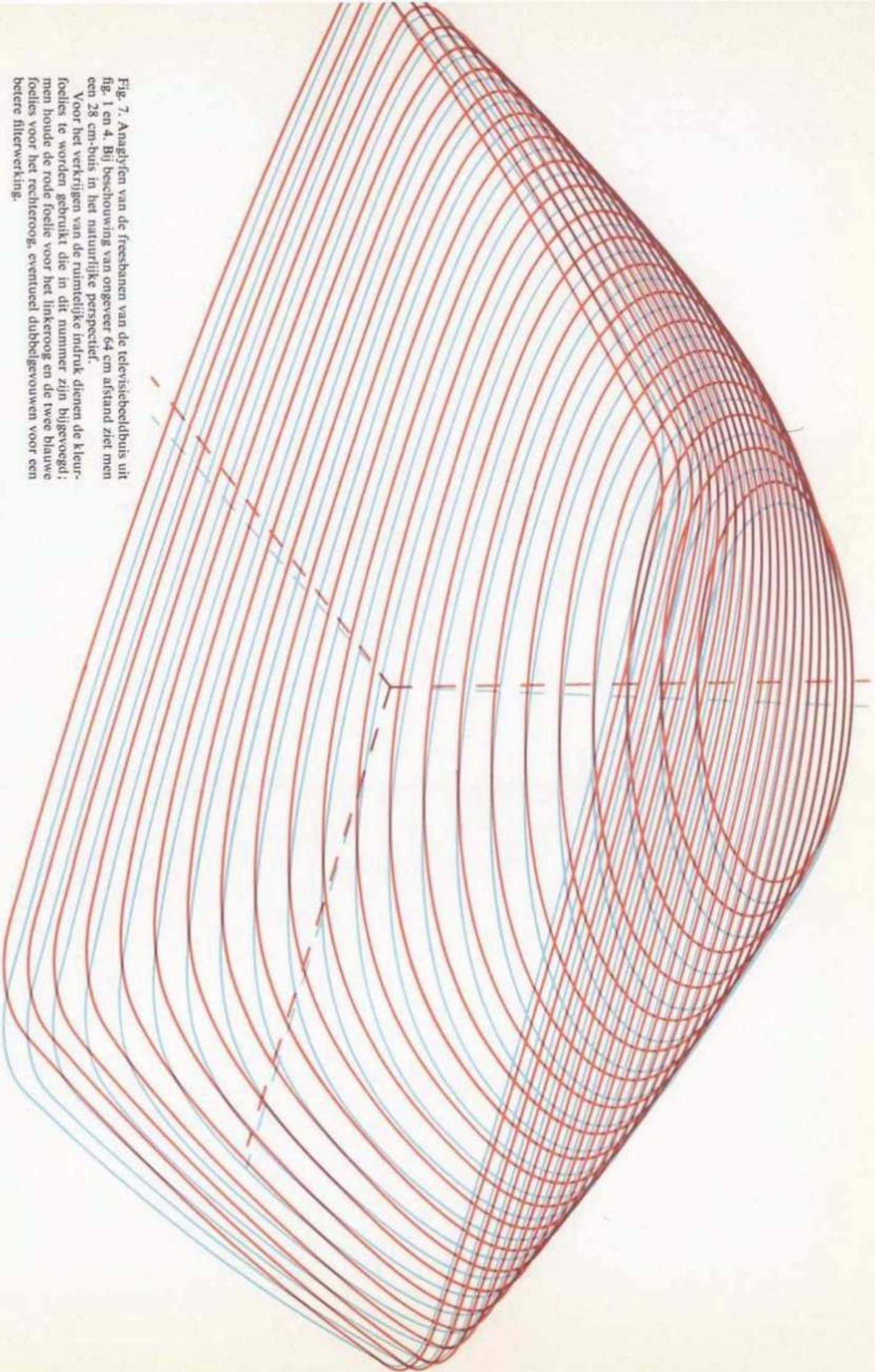


Fig. 7. Aanglyfen van de freesbanen van de televisiebeeldbuis uit fig. 1 en 4. Bij beschouwing van ongeveer 64 cm afstand ziet men een 28 cm-buis in het natuurlijke perspectief.

Voor het verkrijgen van de ruimtelijke indruk dienen de kleurfoelies te worden gebruikt die in dit nummer zijn bijgevoegd; men houde de rode foelie voor het linkeroog en de twee blauwe foelies voor het rechteroog, eventueel dubbelgevouwen voor een betere filterwerking.

De afmetingen van de buis zijn door de COBRA gehalveerd voordat de perspectieftransformaties werden berekend (zodat in feite een 28-cm-buis wordt weergegeven). Als centropuntten zijn twee punten gebruikt op oogafstand van elkaar, en geplaatst ter weerszijden van een punt M waarvoor geldt $r = 64$ cm, $\alpha = 60^\circ$ en $\beta = 30^\circ$. De getekende projecties zijn in fig. 7 op ware grootte weergegeven; bekijken we deze figuur van ongeveer 64 cm afstand, dan zien we dus een 28-cm-buis in het natuurlijke perspectief. Dezelfde indruk zouden we krijgen bij de 56-cm-buis gezien van 128 cm afstand maar met dubbele oogafstand.

Indien het de bedoeling is een stereopaar weer te geven door anaglyfen, moet in de berekening van de perspectiefprojecties een kleine wijziging worden aangebracht. Het projectievlak staat bij de methode van fig. 3 loodrecht op CO . Berekenen we op deze wijze de projecties voor een stereopaar, dan moet dus bij het bekijken elke tekening worden geplaatst in een positie waarbij de verbindinglijn van het desbetreffende oog met O loodrecht staat op het vlak van tekening. Bekijken we de tekeningen in een stereoscoop, dan is aan deze eis voldaan (fig. 8a). De opstelling dient hierbij zo te zijn dat de oogassen convergeren naar een punt (b.v. O' in fig. 8a) in het gebied waar het voorwerp wordt waargenomen; dit stelt het oog nl. in staat om zonder moeite op dit gebied te accommoderen. Zowel deze accommodatie als de convergentie van de oogassen zijn van groot belang voor het verkrijgen van een optimale ruimtelijke indruk.

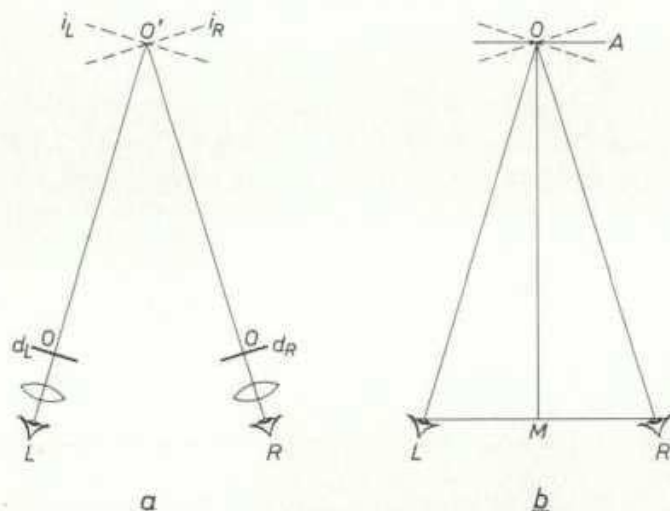


Fig. 8. a) Schematische voorstelling van een stereoscoop. L en R zijn de beide ogen van de waarnemer. De stereo-tekeningen d_L en d_R worden met behulp van lenzen waargenomen; het oog ziet deze projecties dan afgebeeld op de plaatsen aangeduid met i_L en i_R . b) Opstelling van de ogen L en R bij het bekijken van de anaglyfen A .

Bij het bekijken van anaglyfen is de situatie geheel anders: beide projecties bevinden zich dan in hetzelfde vlak, nl. het vlak van tekening, dat loodrecht staat op de middelloodlijn OM van de verbindinglijn der ogen (fig. 8b). Bij het berekenen van de beide projecties moet dan ook het overeenkomstige vlak als projectievlak worden genomen, dus het vlak door O dat loodrecht staat op de verbindinglijn van O met het midden van de verbindinglijn der beide centropuntten. Neemt men nu bij het bekijken

van de anaglyfen de juiste kijkafstand in acht, dan is aan de hierboven genoemde eisen van convergentie en accommodatie voldaan.

Formule (4) voor de perspectieftransformatie krijgt in dit geval de vorm:

$$p' = (\pm a, 0) + \frac{r}{r - wp} [pM - (\pm a, 0)] \quad (6)$$

waarbij $2a$ de afstand tussen de centropuntten is (gelijk aan de oogafstand); het plusteken geldt voor de projectie die voor het rechteroog bestemd is, en het minteken voor de andere projectie.

Uiteraard kunnen de berekeningen die nodig zijn voor het tekenen van de verschillende projecties ook vrij eenvoudig door een grote rekenmachine in een rekencentrum worden uitgevoerd; dit gebeurt in de praktijk dan ook op vele plaatsen^[3]. Het voordeel van de hier beschreven methode ten opzichte van het gebruik van een normale rekenmachine is dat men, mits men de verschillende transformatie-ponsbandjes voor de gewenste centropuntten heeft klaarliggen, de verschillende tekeningen kan maken met gebruik van slechts één ponsband waarop de x, y, z -coördinaten van het voorwerp staan. Bij het maken van controle-tekeningen voor een te produceren werkstuk is verder een groot voordeel dat hiervoor niet méér nodig is dan de ponsband waarmee in een later stadium het werkstuk zal worden vervaardigd; bij beide handelingen treedt de COBRA op als commando-orgaan.

[3] Zie b.v. R. Hartwig, Graphische Datenverarbeitung mit Präzisions-Zeichenanlagen, Elektron. Rechenanl. 9, 185-193, 1967 (no. 4); A. M. Noll, Stereographic projections by digital computer, Computers and Automation 14, no. 5, 32-34, 1965; G. Horn, Zeichnungen — maschinell hergestellt, Elektrotechn. Z. B 19, 65-69, 1967 (no. 3).

Samenvatting. De COBRA, een kleine digitale rekenmachine die speciaal is ontworpen voor de numerieke besturing van gereedschapswerkhuizen, kan ook dienen als commando-orgaan voor een tekenmachine (b.v. van het type Aristomat); van het te tekenen object moeten dan de coördinaten van een aantal punten op ponsband aan de COBRA worden toegevoerd. Driedimensionele objecten kan men weergeven door de orthogonale projecties op de drie coördinaatvlakken te tekenen, maar de COBRA kan ook zo worden geprogrammeerd dat de tekening een perspectiefprojectie tekent, waarbij het centropunt nog kan worden gekozen. Uitgaande van de ponsband met de gegeven x, y, z -coördinaten, berekent de COBRA dan tijdens het tekenen de coördinaten van de gewenste projectie. Ook scheve en orthogonale projecties op een willekeurig vlak kunnen aldus worden getekend. Twee perspectiefprojecties met geschikt gekozen centropuntten kan men combineren tot een stereopaar. Het artikel beschrijft de berekeningen die de COBRA moet uitvoeren en behandelt als toepassing het maken van tekeningen ter controle van ponsbanden die moeten dienen voor de numeriek bestuurd fabricage van werkstukken. Getoond wordt hoe de baan die de frees bij de fabricage van een ingewikkeld werkstuk doorloopt, uit een perspectivische tekening duidelijk is te volgen, terwijl dit uit drie orthogonale projecties niet altijd mogelijk is. De informatiewinst bij stereoscopische presentatie wordt geïllustreerd met anaglyfen van een stereotekeningpaar van een van de matrices voor het persen van een televisiebeeldbuis.

II. Stereo-afbeelding van het „Duphaston“-molecuul

J. I. Leenhouts

Van een te onderzoeken chemische verbinding moet heel vaak niet alleen de structuurformule worden bepaald, maar ook de ruimtelijke bouw van het molecuul, daar de eigenschappen, met name b.v. de fysiologische werking van de stof, in hoge mate hiervan afhangen. De ruimtelijke bouw van het molecuul kan worden bepaald met behulp van röntgendiffractiegegevens [1], waarbij de tegenwoordig beschikbare rekenmachines onschatbare diensten bewijzen. De in het Philipslaboratorium te Eindhoven hierbij gevolgde werkwijze zal binnenkort elders worden beschreven [2]; thans willen we alleen wijzen op de mogelijkheid die de rekenmachine biedt om de berekende resultaten ook dadelijk op zeer aanschouwelijke wijze te presenteren.

Als voorbeeld nemen we het retro-steroid 6-dehydroretro-progesteron ofwel dydrogesteron [3], een farmaceuticum dat onder de naam „Duphaston“ [*] in de handel wordt gebracht. Fig. 1 geeft de structuurformule van deze stof. We hebben met behulp van een reken-

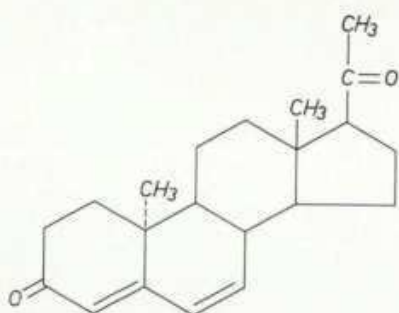


Fig. 1. De structuurformule van „Duphaston“[*].

machine CDC 3600 uit de röntgendiffractiegegevens de ruimtelijke ligging van de atomen in dit molecuul bepaald, waarbij de rekenmachine tevens uit de onderlinge afstanden van de atomen heeft vastgesteld welke chemisch aan elkaar gebonden zijn. Daarna hebben we door dezelfde rekenmachine een aantal orthogonale parallelprojecties laten berekenen waarin het molecuul van vele zijden wordt getoond: na elke projectie is de projectierichting over een kleine hoek (4°) gedraaid om een as die ongeveer in de lengterichting van het molecuul is gekozen (deze rotatie kan de rekenmachine eenvoudig uitvoeren door, bij onveranderde projectierichting, op de berekende coördinaten van de zwaartepunten van de atomen van het molecuul een rotatietransformatie toe te passen). Fig. 2 toont een dergelijke

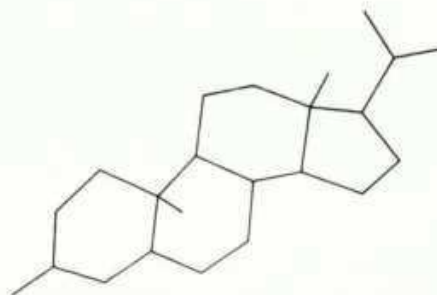


Fig. 2. Een orthogonale parallelprojectie van het „Duphaston“-molecuul. De zwaartepunten van de chemisch aan elkaar gebonden atomen zijn hier verbonden door rechte lijnen; de projectierichting is zo gekozen dat een grote overeenkomst ontstaat met de structuurformule.

projectie die zodanig is gekozen dat een beeld ontstaat dat in grote trekken overeenkomt met de chemische structuurformule. Hierbij zijn de zwaartepunten van chemisch aan elkaar gebonden atomen onderling door lijntjes verbonden. Ter wille van de duidelijkheid zijn in alle figuren de waterstofatomen weggelaten.

Voor het tekenen van de projecties hadden we de COBRA-tekentafelcombinatie kunnen gebruiken; de vereiste precisie was hier echter veel kleiner dan bij de voorbeelden in het eerste artikel van deze serie. We konden daarom volstaan met een x - y -schrijver van het type dat gewoonlijk bij een rekenmachine beschikbaar is; voor de figuren in dit artikel is een schrijver gebruikt

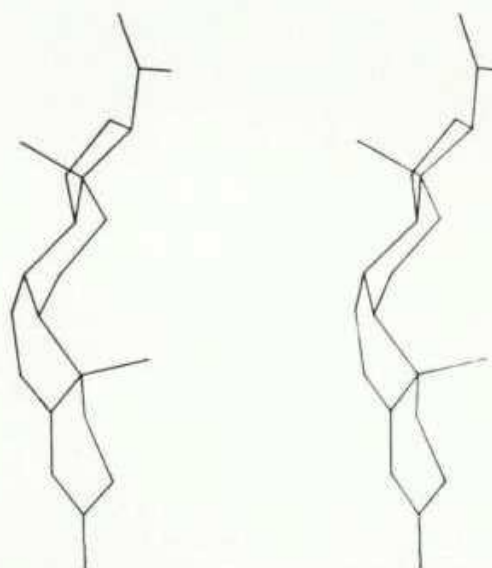


Fig. 3. Stereopaar van tekeningen van het „Duphaston“-molecuul, waarbij dit meer van opzij wordt gezien dan in fig. 2. Men kijkt van een afstand van ongeveer 40 cm met het linkeroog naar de linker figuur en met het rechteroog naar de rechter; veelal slaagt men hierin beter indien een blad papier rechtop tussen de twee figuren wordt gehouden.

J. I. Leenhouts, medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

met een nauwkeurigheid van $\frac{1}{4}$ mm over een gebied van 30×30 cm.

Een x - y -schrijver van het toegepaste type kan de volgende opdrachten uitvoeren:

- 1) Teken een rechte lijn tussen de punten x_1, y_1 en x_2, y_2 .
- 2) Beweeg de pen zonder te schrijven van x_3, y_3 naar x_4, y_4 .

Door een geschikte combinatie van deze opdrachten kan de schrijver elke figuur tekenen als deze eerst door de rekenmachine is benaderd met rechte lijnstukjes. Aangezien de x - y -schrijver uiteraard veel langzamer tekent dan de rekenmachine rekent, worden de opdrachten eerst op magneetband gezet, die daarna aan de x - y -schrijver wordt toegevoerd („off-line” werking). Het prepareren van de magneetband (inclusief het berekenen van de projecties) kostte de rekenmachine in ons voorbeeld slechts 60 seconden voor alle 90 projecties te zamen.

Maakt men van alle opvolgende tekeningen opnamen op een film, dan ziet men bij het afdraaien van die film het molecuul roteren. Op deze wijze krijgt men een bijzonder duidelijk beeld van de ruimtelijke bouw van het molecuul. We kunnen ook twee projecties, gemaakt vanuit richtingen die een kleine hoek met elkaar maken, combineren tot een stereopaar. Fig. 3 toont een dergelijk paar, waarvan de hoek tussen de projectievlakken 4° bedraagt. De ruimtelijke indruk is optimaal indien bij het bekijken van dit stereopaar de hoek tussen de oogassen eveneens 4° bedraagt; dit correspondeert met een kijkafstand van ca. 40 cm.

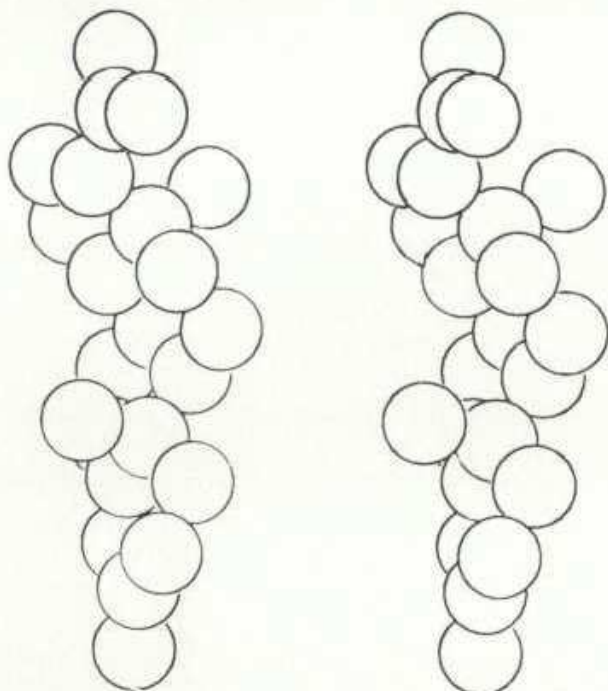


Fig. 4. Stereopaar van tekeningen van het „Duphaston”-molecuul, waarbij de atomen zijn voorgesteld door cirkels om de berekende zwaartepunten. Optimale beschouwingsafstand ongeveer 20 cm.

Een „natuurlijker” beeld van het molecuul kan men krijgen door in de projecties rondom de zwaartepunten cirkels te tekenen die een voorstelling geven van de atomen. Deze bewerking is voor alle projecties met behulp van de rekenmachine uitgevoerd, waarbij deze tevens die gedeelten van de cirkels heeft weggelaten die door

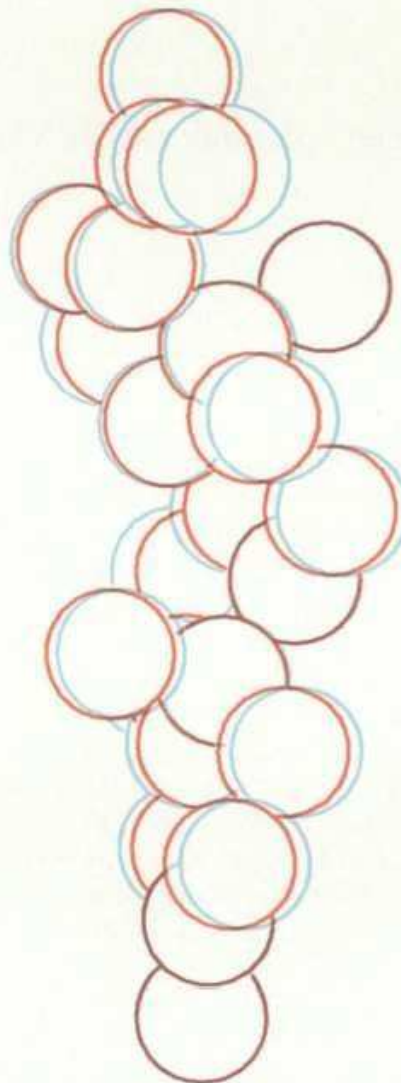


Fig. 5. Anaglyfen van het stereopaar van fig. 4. Optimale beschouwingsafstand ongeveer 50 cm. Voor het verkrijgen van de ruimtelijke indruk dienen de kleurfoelies die in dit nummer zijn bijgevoegd; zie het onderschrift bij fig. 7 in artikel I.

de cirkels van erboven gelegen atomen worden bedekt. Ook van deze tekeningen kan een film worden gemaakt; twee ervan hebben we hier weer gecombineerd tot een stereopaar (fig. 4) en bovendien in fig. 5 weergegeven door anaglyfen. De hoek tussen de projectievlakken bedroeg hier 8° .

Vermeld zij nog dat de ruimtelijke indruk die deze

[1] P. B. Braun en A. J. van Bommel, Bepaling van kristalstructuren met röntgenstralen, Philips techn. T. 22, 135-146, 1960.

[2] Een publikatie van P. B. Braun, J. Hornstra en J. I. Leenhouts hierover zal verschijnen in Philips Res. Repts.

[3] O. A. de Bruin, H. F. L. Schöler en J. N. Walop, Retrosteroïden, een nieuwe klasse verbindingen met geslachts-hormonale werking, Philips techn. T. 28, 74-83, 1967 (no. 3/4).

[*] Geregistreerd handelsmerk van N.V. Philips-Duphar.

figuur geeft in feite vrij gebrekkig is in vergelijking met de voorbeelden in het artikel I; er zijn nl. geen perspectivische projecties gebruikt en de projecties zijn niet beide met hetzelfde projectievlak berekend, zoals dit voor anaglyfen eigenlijk moet. Door het ontbreken

van oppervlakdetails zien we de „atomen” ook niet als bollen — wat men als eenvoudigste voorstelling zou wensen — maar als platte schijven. Toch geven deze afbeeldingen voor de praktische toepassing al een heel goed beeld van de ruimtelijke vorm van de moleculen.

III. Een oplossing van de Van der Pol-vergelijking, ruimtelijk voorgesteld

J. A. Zonneveld

De differentiaalvergelijking

$$y'' - \varepsilon(1 - y^2)y' + y = 0, \quad \dots \quad (1)$$

in ca. 1926 door Van der Pol ingevoerd bij het onderzoek van relaxatietrillingen^[1], is het prototype geworden van een niet-lineaire differentiaalvergelijking. Bij elke waarde van de dimensieloze parameter ε heeft deze vergelijking een oplossing $y(x)$ die, onafhankelijk van de beginwaarden $y(x_0)$ en $y'(x_0)$, voor grote waarden van x nadert tot een periodieke functie. Bij grote waarden van ε heeft deze limietoplossing de vorm van een „rechthoekige sinus”. Meestal zijn uitsluitend de periode en de amplitude van de limietoplossing van belang; bij grote waarden van ε zijn hiervoor asymptotische reeksontwikkelingen bekend^[2]. Om bij een bepaalde waarde van ε de volledige oplossing $y(x)$ te vinden, dient men verg. (1) met benaderingsmethodes te integreren. Vroeger werd dit gedaan met een gecombineerd grafisch-numerieke methode (de isoklinenmethode)^[1], die een vrij geringe precisie gaf, maar tegenwoordig voert men de gehele integratie numeriek uit met behulp van een rekenmachine, b.v. volgens de methode van Runge-Kutta^[3]. Gezien het bijna pathologische karakter van de optredende functies bij grote waarden van ε , moet men met sterk variërende discrete stappen integreren.

Voor $\varepsilon = 10$ hebben wij op deze wijze de limietoplossing berekend, waarbij de Runge-Kutta-formule RK4n^[3] werd gebruikt. Deze methode geeft als resultaat stellen waarden van x , y en y' , zg. tripels (x, y, y') ,

die een kromme in de x, y, y' -ruimte vormen; deze kromme geeft de limietoplossing van verg. (1) weer (zie fig. 1). De gegevens voor de tekening van fig. 1, die hier nog met de hand werd uitgevoerd, zijn berekend door de rekenmachine.

Het tekenen kan echter geheel automatisch worden uitgevoerd met behulp van de COBRA-tekentafelcombinatie, op de wijze die is beschreven in artikel I van deze serie. De rekenmachine (gebruikt is hier een Electrologica X8) kan dan volstaan met het berekenen van

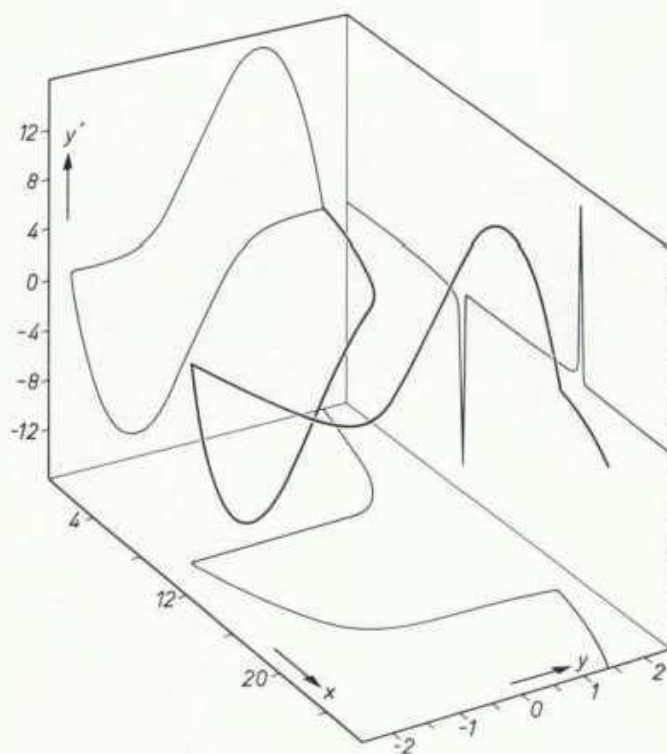


Fig. 1. Limietoplossing (onafhankelijk van de beginwaarden) van de vergelijking van Van der Pol voor $\varepsilon = 10$. De ruimtelijke kromme alsmede de orthogonale projecties hiervan op de drie coördinaatvlakken zijn berekend door een rekenmachine; de projectie van dit geheel op het vlak van tekening is eveneens door de rekenmachine berekend.

Dr. J. A. Zonneveld, medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

[1] Balth. van der Pol, Phil. Mag. **2**, 978-992, 1926; zie ook Philips techn. T. **1**, 39-45, 1936; H. Bremmer, Het wetenschappelijke werk van Balth. van der Pol, Philips techn. T. **22**, 44-60, 1960.

[2] A. A. Dorodnicyn, Prikl. Mat. Mekh. **11**, 313-328, 1947, Engelse vertaling in Amer. Math. Soc. Transl. no. **88**, 1953. J. A. Zonneveld, Periodic solutions of the Van der Pol equation, Indag. math. **28**, 620-622, 1966.

[3] J. A. Zonneveld, Automatic numerical integration, Math. Centre Tracts no. 8, Amsterdam 1964.

zoveel tripels dat lineaire interpolatie tussen deze punten een k omme oplevert die de oplossing met voldoende grote nauwkeurigheid benadert. Een ponsband met de x -, y - en y' -coördinaten van deze punten wordt nu toegevoerd aan de COBRA, waarop deze naar wens

een orthogonale, scheve of perspectivische projectie kan tekenen. Ter illustratie zijn van de oplossing voor $\varepsilon = 10$ twee perspectiefprojecties getekend die een stereopaar vormen; in *fig. 2* zijn deze weergegeven door anaglyfen.

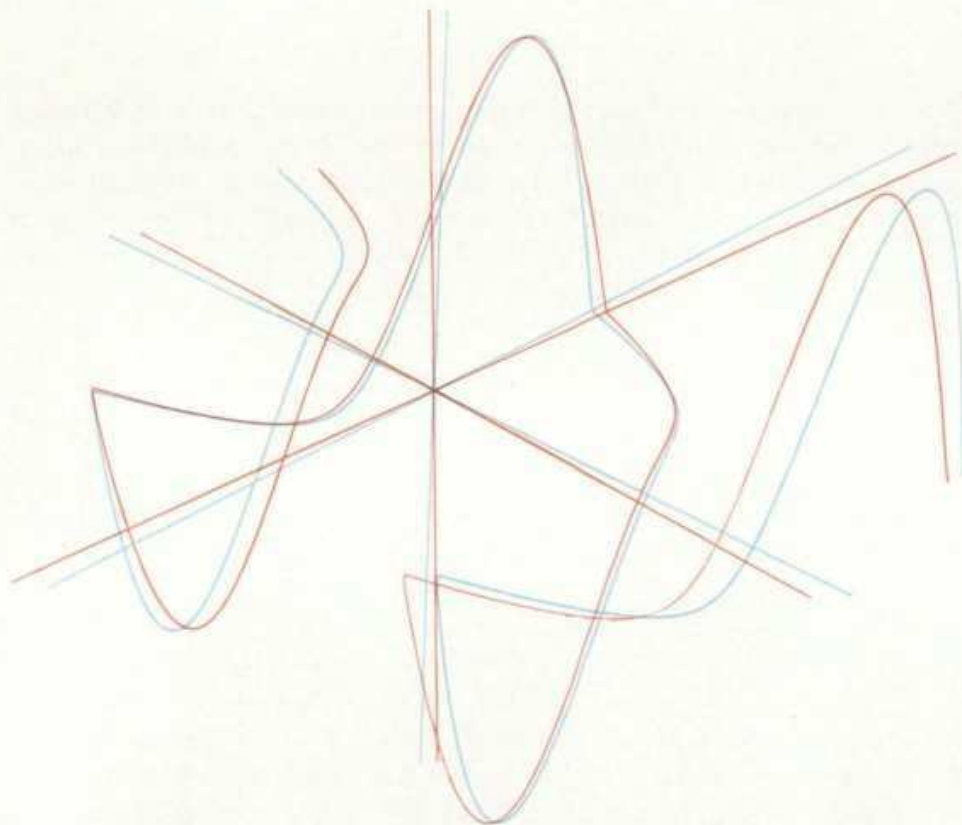


Fig. 2. Anaglyfen van de in fig. 1 weergegeven oplossing. De twee perspectiefprojecties die hiervoor nodig zijn werden berekend en automatisch getekend door de COBRA-tekentafelcombinatie. Voor het verkrijgen van de ruimtelijke indruk dienen de kleurfoelies die in dit nummer zijn bijgevoegd; zie het onderschrift bij fig. 7 in artikel I.

Anomale transmissie van röntgenstraling door perfecte kristallen

B. Okkerse en P. Penning

Röntgendiffractie wordt op grote schaal toegepast om kristalstructuren te onderzoeken, maar minder bekend zijn de mogelijkheden die de zg. anomale transmissie van röntgenstraling biedt. Men beschikt hiermede over een buitengewoon gevoelig middel om onvolmaaktheden in nagenoeg perfecte kristallen aan het licht te brengen: dislocaties kunnen hiermee worden zichtbaar gemaakt en een kromming van de roostervlakken kan hiermee reeds gedetecteerd worden bij een kromtestraal van 500 km.

In de laatste jaren zijn op zo grote schaal technieken ontwikkeld om nagenoeg perfecte monokristallen te vervaardigen dat „dislocatievrije” kristallen geen zeldzaamheid meer zijn. Dit geldt in het bijzonder voor de halfgeleidermaterialen silicium en germanium, en in mindere mate ook voor galliumarsenide en indiumantimonide.

Een van de gevolgen is geweest een hernieuwde belangstelling voor de theorie der röntgendiffractie, in het bijzonder voor de zg. dynamische theorie. Deze theorie moet men te hulp nemen om het merkwaardige verschijnsel van de anomale transmissie (het Borrmann-effect ^[1]) te begrijpen, dat alleen in perfecte kristallen wordt waargenomen. De belangstelling voor dit effect werd in onze laboratoria gewekt door Hunter ^[2], die aantoonde dat de anomale transmissie zeer gevoelig is voor dislocaties en voor roosterafwijkingen die het gevolg zijn van elastische deformatie. Het effect bood daardoor een middel om de door ons vervaardigde dislocatievrije kristallen ^[3] op hun perfectie te toetsen.

Anomale transmissie

Bij de röntgendiffractie maakt men onderscheid tussen Bragg-diffractie en Laue-diffractie; bij de eerste verlaat de gereflecteerde bundel het kristal aan dezelfde zijde waar hij is ingevallen, bij de tweede doorloopt hij het kristal en treedt aan de andere zijde uit. Alleen in het laatste geval treedt anomale transmissie op. Dit verschijnsel is het eenvoudigst te bestuderen indien het inval- en het uittree-oppervlak van het kristal lood-

recht staan op de reflecterende vlakken. We zullen ons in dit artikel tot dit laatste geval, de *symmetrische* Laue-diffractie, beperken.

De absorptiecoëfficiënt van germanium voor $\text{CuK}\alpha$ -röntgenstraling bedraagt 352 cm^{-1} . Dit betekent dat de intensiteit van de röntgenbundel na doorgang door een 1 mm dik plaatje germanium zal zijn afgenomen tot $\exp(-35,2) = 5 \times 10^{-16}$ maal de oorspronkelijke waarde. Wil men voldoende intensiteit overhouden om de diffractie van röntgenstraling bij doorgang door germanium te kunnen bestuderen, dan zal men derhalve de plaatjes ten hoogste 50 μm dik moeten maken. Is het te onderzoeken kristal echter in voldoende mate perfect, en wordt er aan de Bragg-conditie voldaan, dan is de intensiteit die wordt doorgelaten, vele orden van grootte sterker dan men zou verwachten. Zo neemt b.v. de absorptiecoëfficiënt van $\text{CuK}\alpha$ -straling in germanium bij diffractie aan de (220)-vlakken af tot ca. 14 cm^{-1} .

Het effect kan op eenvoudige wijze gedemonstreerd worden met de opstelling van *fig. 1*. Het kristal is een plaatje nagenoeg perfect germanium dat zorgvuldig met een geschikt middel geëtst is, zodat alle beschadigingen die door zagen en slijpen aan het oppervlak waren toegebracht, verwijderd zijn. Als oppervlak van het plaatje kan het best een {110}- of {111}-vlak worden gekozen, zodat een schaar van {220}-vlakken loodrecht op het voor- en achtervlak als reflecterende vlakken kunnen worden gebruikt. Het plaatje wordt bestraald met een nauwe bundel $\text{CuK}\alpha$ -straling, en de doorgelaten intensiteit wordt gemeten als functie van de invalshoek θ . Bij een hoek θ_B overeenkomende met de Bragg-hoek blijkt de doorgelaten intensiteit aanzienlijk toe te nemen en verschijnen er twee uittredende bundels, nl. een doorgaande bundel *T*, die evenwijdig is met de invallende bundel *I*, en een gereflecteerde bundel *R*.

Dr. ir. B. Okkerse, medewerker van Philips' Hoofdindustriegroep Elcoma (Electronic Components and Materials), Eindhoven; prof. dr. ir. P. Penning, hoogleraar in de Theoretische en Toegepaste Natuurkunde aan de Technische Hogeschool te Delft; beiden destijds medewerker van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

Plaatst men in deze opstelling een film achter het kristal om de bundels I , T en R te registreren (die van I door b.v. het kristal weg te halen), dan krijgt men een foto als in fig. 1 rechts. Men ziet dat T en R nagenoeg dezelfde intensiteit hebben, wat inhoudt dat de uit het kristal tredende energie gelijkelijk over hen is verdeeld. Om de plaats van de drie banden te verklaren, moet men de getekende stralengang aannemen. Zorgvuldige meting toont aan dat de beide uittrekkende bundels T en R van één plaats van het uittree-oppervlak van het kristal komen; om deze plaats te bereiken, moet de invallende bundel het kristal evenwijdig met de reflecterende vlakken doorlopen.

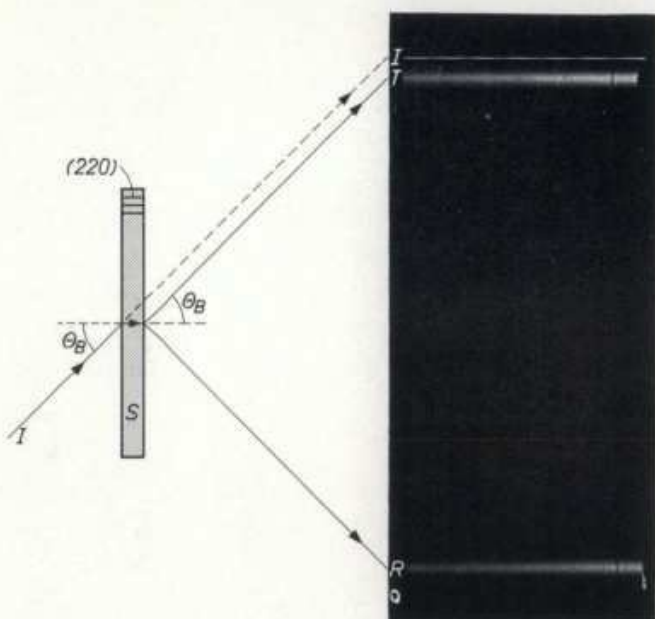


Fig. 1. Anomale transmissie van röntgenstraling. De stralengang links verklaart de plaats van de beelden in de foto rechts. De röntgenstraling blijkt zich evenwijdig met de reflecterende (220)-vlakken voort te planten. I invallende bundel. θ_B Bragg-hoek. S kristal. De intensiteit van de gereflecteerde bundel R en van de doorgaande bundel T is veel groter dan de kinematische diffractietheorie doet verwachten.

Verklaring van de röntgendiffractie in perfecte kristallen met de dynamische theorie^[4]

Diffractie van een evenwijdige bundel

Er zijn twee gangbare theorieën om de intensiteitsverdeling te verklaren die men bij de röntgendiffractie waarneemt: de *kinematische* theorie en de *dynamische* theorie. De kinematische theorie is in z'n eenvoudigste vorm gebaseerd op de volgende onderstellingen.

- Röntgenstralen planten zich in het kristal voort met de lichtsnelheid. Met andere woorden, de brekingsindex wordt gelijk 1 gesteld.
- Straling die éénmaal door de elektronenwolk van een atoom verstrooid is, treedt zonder verdere verstrooiing uit het kristal.

- De intensiteit van zowel de primaire (of doorgaande) als de gereflecteerde bundel neemt af volgens de normale absorptiewetten, wat betekent dat de relatieve afnemende in intensiteit per eenheid van weglengte constant is en onafhankelijk van de richting van voortplanting.

Deze onderstellingen zijn geheel gerechtvaardigd zolang het gaat om een zeer klein kristal, om een mozaïek-kristal bestaande uit kleine perfecte kristalblokjes die geringe oriëntatieverschillen ten opzichte van elkaar vertonen, of om een fijn verdeeld poeder. Neemt echter de grootte van het kristal of van de perfecte kristalblokjes toe, dan zijn de verkregen formules voor de intensiteit niet toereikend om de experimentele waarnemingen te beschrijven. De voornaamste oorzaak van het falen van de kinematische theorie voor niet-kleine kristallen is het ongeldig worden van onderstelling (b) hierboven.

De verstrooiing aan één enkel vrij elektron is zeer gering. De totale gereflecteerde intensiteit bij een *klein* kristal is derhalve klein ten opzichte van de intensiteit van de invallende bundel, ook als het kristal veel elektronen bevat en alle verstrooide golven worden opgeteld, zoals bij reflexie onder de Bragg-hoek. Stel b.v. dat we in de opstelling van fig. 1 een plaatje germanium van $1\text{ }\mu\text{m}$ dikte onderzoeken. De additie van alle verstrooide golven geeft voor een dergelijk kristal een gereflecteerde amplitude van slechts ongeveer 5% van de amplitude van de invallende golf. Deze kleine verhouding in aanmerking genomen, mag een tweede verstrooiing verwaarloosd worden, d.w.z. dat de toepassing van de kinematische theorie geoorloofd is. Is de dikte echter $10\text{ }\mu\text{m}$, dan zou de zo berekende gereflecteerde golf een amplitude hebben gelijk aan ongeveer de helft van die van de invallende golf. Het zal duidelijk zijn dat men bij een dergelijke dikte de tweede en volgende verstrooiingen niet mag verwaarlozen. In werkelijkheid werd de foto van fig. 1 gemaakt met een plaatje germanium van $1,85\text{ mm}$ dikte!

De theorie die de tweede en verdere verstrooiingen op de juiste wijze in rekening brengt, is de dynamische theorie. Deze neemt voor de verstrooiing aan elk willekeurig elektron in aanmerking het *totale golfveld* met amplitude $D(\mathbf{r}_e)$ ter plaatse $\mathbf{r}_e$ van dat elektron, en niet de amplitude $D_1(\mathbf{r}_e)$ van het veld der invallende golven

[1] Het verschijnsel der anomale transmissie werd het eerst waargenomen door Borrmann in 1941 bij een onderzoek aan calciet- en kwartskristallen; zie b.v. G. Borrmann, *Phys. Z.* **42**, 157, 1941.

[2] L. P. Hunter, *Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch.* **B 61**, 214, 1958.

[3] B. Okkerse, *Philips techn. T.* **21**, 336, 1959.

[4] W. H. Zachariasen, *Theory of X-ray diffraction in crystals*, Wiley, New York 1946; R. W. James, *Solid State Physics* **15**, 53, 1963; B. W. Batterman en H. Cole, *Revs. mod. Phys.* **36**, 681, 1964; P. Penning, proefschrift, Delft 1966 (ook gepubliceerd in *Philips Res. Repts. Suppl.* 1966, no. 5).

alleen. Dit betekent dat de juiste oplossing „zelf-consistent” moet zijn: de totale amplitude $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ in ieder punt $\mathbf{r}$ van de ruimte is de som van de amplitude $\mathbf{D}_i(\mathbf{r})$ van de invallende golf en de amplitudes van de golven die ontstaan door verstrooiing aan de elektronen van het ter plaatse aanwezige, reeds bekend veronderstelde, totale golfveld met amplitude $\mathbf{D}(\mathbf{r})$. (De term amplitude omvat zowel grootte als fase.)

In de dynamische theorie beschouwt men eerst de zelf-consistente oplossingen in oneindig grote kristallen. We zullen deze oplossingen *voortplantingsmodi* noemen. Voor eindige kristallen kunnen we dan door invullen van de juiste randvoorwaarden bepalen welke voortplantingsmodi door de invallende bundel opgewekt worden, en in welke mate.

Liever dan de dynamische theorie in bijzonderheden te behandelen, zullen we de gang van zaken illustreren met het hierboven genoemde voorbeeld. We onderstellen daarbij eerst dat het medium niet absorbeert. We nemen voorts aan dat de invallende bundel evenwijdig is en zodanig gepolariseerd dat de elektrische vector $\mathbf{D}$ evenwijdig is met de reflecterende vlakken (σ -polarisatie). (Golven met $\mathbf{D}$ loodrecht op de reflecterende vlakken, d.z. π -gepolariseerde golven, zullen we hier niet bespreken, aangezien ze niet bijdragen tot de anomale transmissie.) Volgens de dynamische theorie worden er door een σ -gepolariseerde golf in het kristal twee voortplantingsmodi opgewekt. Van beide is de vector $\mathbf{D}$ wederom evenwijdig met de reflecterende vlakken. Voor een bepaalde invalrichting, waarvan we later zullen aantonen dat deze aan de Bragg-voorwaarde voldoet, is elk van de beide voortplantingsmodi een *lopend* golfveld dat zich parallel aan de reflecterende vlakken voortbeweegt (z -richting), terwijl het in de x -richting, loodrecht op de reflecterende vlakken, het karakter heeft van een *staande* golf. Van de ene modus, A_σ , liggen de knopen in de reflecterende vlakken. Van de andere modus, B_σ , liggen daar de buiken. Fig. 2 toont de amplitudes als functie van x . De reflecterende vlakken liggen bij $x = nd$, waarbij d de afstand is tussen de reflecterende vlakken, en n een geheel getal, 0, 1, 2, ... In formule worden de amplitudes $\mathbf{D}$ gegeven door:

$$\mathbf{D}_A \sin \pi \frac{x}{d} \exp(-jk_A z) \quad \text{voor modus } A_\sigma,$$

$$\mathbf{D}_B \cos \pi \frac{x}{d} \exp(-jk_B z) \quad \text{voor modus } B_\sigma.$$

Het staandegolfkarakter in de x -richting wordt uitgedrukt door de sin- en cos-factoren, het lopendegolfkarakter in de z -richting (loodrecht op het vlak van tekening) in de e -machten; $k_A = 2\pi/\lambda_A$ is de grootte van de golfvector van modus A , $k_B = 2\pi/\lambda_B$ evenzo van modus B .

We beschouwen in het bijzonder het geval dat alle atomen van het kristal in de schaar van reflecterende vlakken liggen, zoals in de (220)-vlakken in germanium inderdaad het geval is. Dit betekent dat de verstrooiende elektronen zich dicht bij de reflecterende vlakken bevinden. De wisselwerking tussen voortplantingsmodus A_σ en de elektronen zal veel zwakker zijn dan die tussen modus B_σ en de elektronen, aangezien de amplitude van A_σ ter plaatse van de elektronen zeer klein is. De wisselwerking met de elektronen maakt dat de golf zich sneller voortplant, waardoor voor een gegeven frequentie de golflengte vergroot en de grootte van de golfvector verkleind wordt. We moeten dus verwachten dat k_A groter zal zijn dan k_B . Het verschil

$$\Delta k = k_A - k_B$$

is van de orde van enige malen $10^{-5} \times 2\pi/\lambda$ en evenredig met de fouriercomponent met periode d van de elektronendichtheid in het kristalrooster^[5].

De richting van de energiestroom van de golfvelden der modi A_σ en B_σ kan men direct afleiden uit het feit dat deze golfvelden in de x -richting een staandegolfkarakter hebben: er vindt geen energiestroom plaats evenwijdig met de x -as, zodat de energiestroom voor beide modi evenwijdig moet zijn met de reflecterende vlakken.

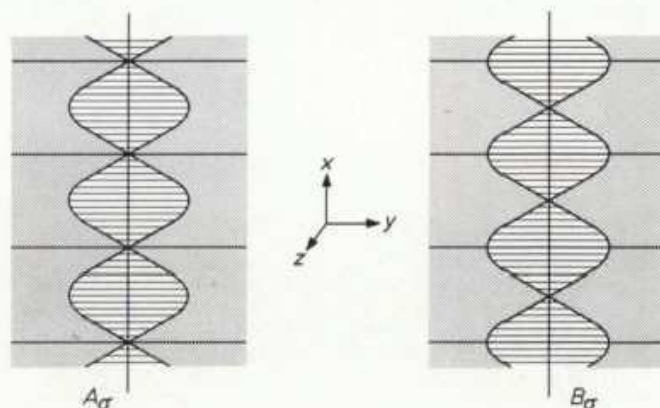


Fig. 2. De twee voortplantingsmodi A_σ en B_σ , opgewekt door een vlakke golf die volgens de Bragg-hoek invalt en lineair gepolariseerd is in de y -richting (σ -polarisatie). De reflecterende roostervlakken, getekend als dikke horizontale lijnen, staan loodrecht op het kristaloppervlak. De voortplantingsmodi zijn eveneens gepolariseerd in de y -richting, hebben een staandegolfkarakter in de x -richting en planten zich voort in de z -richting.

Laten we nu de randvoorwaarden ter plaatse van het invalsoppervlak beschouwen, waar $z = 0$. Het totale golfveld net binnen het kristal, afkomstig van de twee voortplantingsmodi, moet in amplitude en periode gelijk zijn aan het golfveld net buiten het kristal, afkomstig van de invallende vlakke golf met amplitude $\mathbf{D}_0$. Een mogelijke oplossing is dat de beide modi

[5] Met andere woorden, evenredig met de structuurfactor; zie b.v. P. B. Braun en A. J. van Bommel, Philips techn. T. 22, blz. 138, waar deze factor (F) wordt gegeven door formule (3).

een zelfde grootte en een fazeverschil van 90° hebben:

$$D_A = -jD_0,$$

$$D_B = D_0.$$

Dan geldt dus binnen het kristal aan het grensvlak:

$$D = D_0 \exp(-j\pi x/d).$$

De som der beide modi is nu een golf die langs het oppervlak loopt met een golfvector π/d . Deze golf moet overeenstemmen met de golf buiten het kristal aan het grensvlak. De component van de golfvector in de x -richting is gelijk aan $(2\pi \sin \Theta)/\lambda$, waarin Θ de invalshoek is.

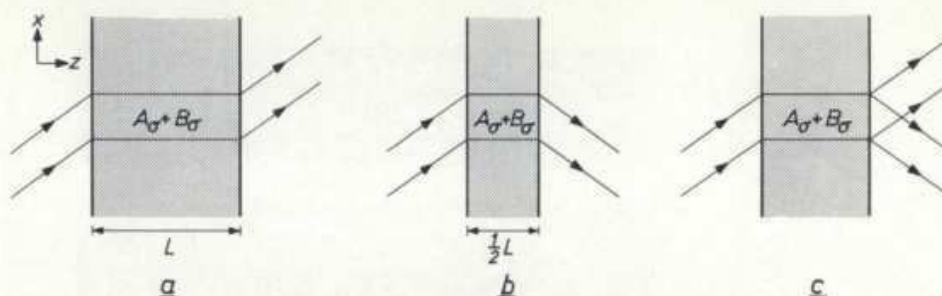


Fig. 3. Gedrag der golven in niet-absorberende kristallen. De twee in het kristal opgewekte modi A_σ en B_σ planten zich met een verschillende snelheid voort, waarbij hun onderlinge fazeverschil telkens 2π verandert over de afstand L (grootte-orde $10 \mu\text{m}$). Indien de dikte h van het kristal een geheel aantal malen L bedraagt (a), ontstaat uit de twee voortplantingsmodi aan de uittreezijde van het kristal uitsluitend een doorgaande golf; is de dikte $h = (n + \frac{1}{2})L$, met n een geheel getal (b), dan verschijnt er uitsluitend een gereflecteerde golf. Bij een tussenliggende dikte (c) verschijnen beide golven.

hoek is. Deze component moet gelijk zijn aan π/d , zodat:

$$\lambda = 2d \sin \Theta.$$

Met andere woorden, het geval dat in het kristal de voortplantingsmodi A_σ en B_σ worden opgewekt met een even grote amplitude, doet zich voor als de invallende vlakke golf exact aan de Bragg-voorwaarde voldoet.

De aanpassingsvoorwaarden aan het invalsooppervlak van het kristal vereisen een fazeverschil van 90° tussen de modi A_σ en B_σ . Tijdens de doorgang door het kristal verandert dit fazeverschil, aangezien k_A groter is dan k_B . Men kan dit beschrijven door een parameter L , gedefinieerd als de afstand die A_σ en B_σ moeten afleggen om het fazeverschil tussen beide met 2π rad te laten veranderen:

$$L = 2\pi/(k_A - k_B).$$

L is van de orde van $10 \mu\text{m}$.

We beschouwen nu een kristalplaatje dat precies de dikte L heeft. Aan het uittree-oppervlak is het fazeverschil tussen A_σ en B_σ weer 90° . Wat de aanpassing betreft, is de toestand aan het uittree-oppervlak identiek met die aan het invalsooppervlak, zodat er in het vacuüm achter het kristal een lopende golf verschijnt

die evenwijdig is met de invallende golf. Er is geen gereflecteerde golf, ondanks het feit dat de invallende bundel exact aan de voorwaarde van Bragg voldoet!

We beschouwen vervolgens een kristal met een dikte $\frac{1}{2}L$. Aan het uittree-oppervlak is er nu een fazeverschil van 270° tussen A_σ en B_σ . Aan het grensvlak binnen het kristal hebben we:

$$D = D_0 \exp(j\pi x/d) \exp(-j k_B L/2).$$

Dit is weer een lopende golf, maar in tegengestelde x -richting. Om aan de aanpassingsvoorwaarden te voldoen, is thans nodig dat er in het vacuüm achter het

kristal uitsluitend een gereflecteerde golf aanwezig is. Fig. 3 geeft deze gevallen schematisch weer, en ook het geval dat het kristal een tussenliggende dikte heeft. In het laatste geval verschijnen er in het vacuüm achter het kristal twee vlakke lopende golven, de ene evenwijdig met de invallende golf en de andere evenwijdig met de gereflecteerde golf. In fig. 4 is weergegeven hoe de amplitudes van de doorgaande golf (evenwijdig met de invallende golf) en de gereflecteerde golf afhangen van de dikte van het kristal.

Volgens de kinematische theorie zou de amplitude van de gereflecteerde golf evenredig zijn met de dikte

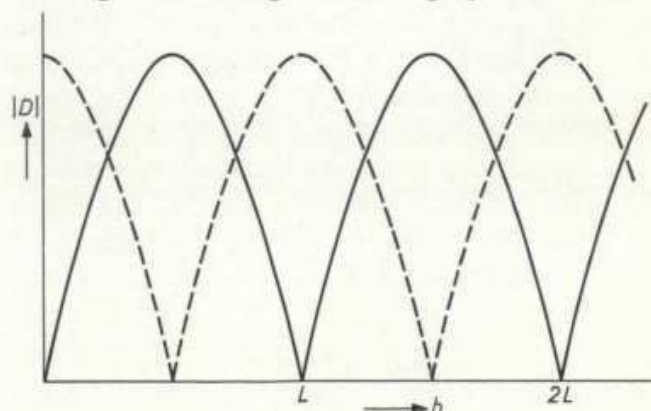


Fig. 4. Amplitude $|D|$ van de gereflecteerde bundel (getrokken lijn) en de doorgaande bundel (streeplijn) als functie van de dikte h van het kristal.

van het kristal. Dit geldt blijkbaar alleen voor een dikte die veel kleiner is dan L .

Dit opmerkelijke resultaat, nl. dat de verdeling van de uittredende energie over doorgaande en gereflecteerde bundel een periodieke functie van de dikte is — met L als periode, die daarom vaak „Pendellösungslänge” wordt genoemd —, kan experimenteel worden geverifieerd door de diffractie-intensiteit te registreren van een wigvormig kristal. Is de wighoek γ , dan wordt L gegeven door $\sin \gamma$ maal de afstand tussen twee interferentiemaxima, die b.v. in een fotografische opname gemeten kan worden. Fig. 5 geeft twee dergelijke

De verklaring van het verschijnsel van anomale transmissie is nu duidelijk. De invallende golf die exact aan de Bragg-voorwaarde voldoet, wekt in het kristal de voortplantingsmodi A_σ en B_σ op. B_σ wordt volkomen geabsorbeerd, terwijl A_σ slechts een geringe absorptie ondergaat, mits het kristal nagenoeg perfect is — indien het kristal niet-perfect is, worden beide modi sterk geabsorbeerd. De energiestroom in A_σ is evenwijdig met de reflecterende vlakken. Aan het uittree-oppervlak splitst deze zich in twee vlakke golven met gelijke amplitude. In fig. 1 werd tot ditzelfde gedrag geconcludeerd uit experimentele gegevens.

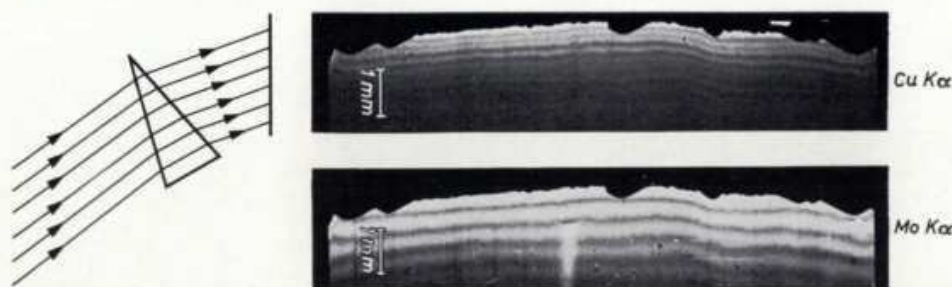


Fig. 5. Interferentiepatroon volgens fig. 4, zichtbaar in de intensiteit van de gereflecteerde bundel van een dunne {111}-wig van germanium met {220}-vlakken als reflecterende vlakken, resp. voor $\text{CuK}\alpha$ -straling en voor $\text{MoK}\alpha$ -straling. Het zwakker worden van het patroon naar onderen toe moet aan absorptie en aan divergentie van de invallende bundel worden toegeschreven. De wighoek is $1^\circ 55'$.

opnamen voor een wig van germanium, die verkregen zijn met resp. $\text{CuK}\alpha$ - en $\text{MoK}\alpha$ -straling. De reflecterende vlakken zijn {220}-vlakken. Uit de opnamen volgt $L \approx 8 \mu\text{m}$ voor $\text{CuK}\alpha$ -straling en $L \approx 17 \mu\text{m}$ voor $\text{MoK}\alpha$ -straling.

Het is bekend dat de röntgenstraling ook op zodanige wijze met elektronen in wisselwerking kan treden dat de invallende röntgenenergie in andere energievormen wordt omgezet en voor diffractie verloren gaat. De hoeveelheid aldus geabsorbeerde energie is evenredig met het kwadraat van de amplitude van het golfveld ter plaatse van de absorberende elektronen. Uit de structuur van de voortplantingsmodi A_σ en B_σ (zie fig. 2) volgt direct dat A_σ veel minder zal worden geabsorbeerd dan B_σ . Als het kristal voldoende dik is, zal alleen A_σ overblijven. Aan het uittree-oppervlak van het kristal levert het voldoen aan de aanpassingsvoorwaarden nu steeds twee golven, een in de doorgaande richting en een in de reflexierichting (fig. 6). Dit ziet men direct door de amplitudeverdeling in A_σ enigszins anders te schrijven:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2j} \mathbf{D}_A \left[\exp j \left(\frac{\pi x}{d} - k_A z \right) - \exp j \left(-\frac{\pi x}{d} - k_A z \right) \right].$$

Blijkbaar hebben de beide uittredende golven gelijke amplitudes.

Diffractie van een divergente bundel

In werkelijkheid heeft men bij experimenten altijd te maken met een min of meer divergente bundel, en we moeten dus nu nagaan wat er gebeurt met een invallende golf die niet exact aan de Bragg-voorwaarde voldoet. In de dynamische theorie wordt aangetoond dat in dit geval het golfveld niet langer een zuiver staand karakter heeft in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken: er wordt een lopend deel aan toegevoegd. Hoe meer de invalshoek afwijkt van de Bragg-hoek, hoe groter het lopende deel in verhouding tot het staande. Bij grote afwijking van de Bragg-hoek is het staande

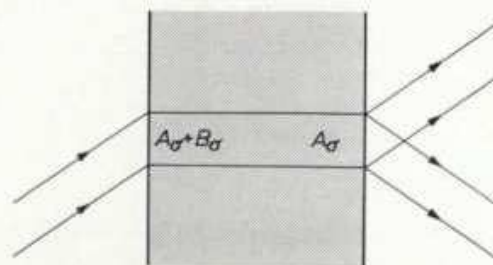


Fig. 6. In een dik, absorberend kristal blijft, bij exact vervulde Bragg-voorwaarde, de voortplantingsmodus A_σ over, en deze splitst zich bij het bereiken van het uittree-oppervlak in twee golven van gelijke intensiteit.

deel nul en komt het totale golfveld overeen met een enkele lopende vlakke golf. De golfvector hiervan is dan vrijwel gelijk aan de golfvector van de invallende golf. De brekingsindex verschilt weinig van 1 (ongeveer 3×10^{-6}); het verschil is een gevolg van de polariseerbaarheid der elektronen. De tussenliggende gevallen, waarbij er in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken noch een zuivere staande noch een zuivere lopende golf is, treft men slechts aan in een zeer nauwe hoek om de Bragg-richting, van de orde van 1 boogminuut. Aangezien er nu ook een lopend deel is in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken, is de amplitude in de knopen niet langer nul. De verhouding van amplitude in de knopen (minimumamplitude) tot die in de buiken (maximumamplitude) neemt monotoon toe van 0 tot 1 naarmate de afwijking van de Bragg-hoek toeneemt. Voor voortplantingsmodi A_σ' ligt de minimumamplitude in de reflecterende vlakken, voor modi B_σ' heeft de amplitude daar een maximum.

Een eerste gevolg van de aanwezigheid van een lopende golf in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken is dat de richting van de energiestroom niet langer evenwijdig is met de reflecterende vlakken. De energiestroom wijkt sterker af van die richting naarmate de invallende golf meer afwijkt van de Bragg-hoek. Fig. 7 geeft een voorbeeld. De invalrichting ($\theta = \theta_B - \delta$)

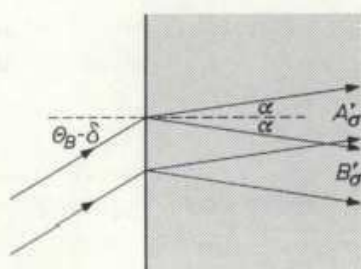


Fig. 7. Is de invalshoek niet precies gelijk aan de Bragg-hoek θ_B , (afwijking δ), dan worden er in het kristal nog steeds twee voortplantingsmodi opgewekt, maar de energiestroom van elk maakt een hoek α ($\leq \theta_B$) met de reflecterende vlakken.

is enkele boogseconden kleiner dan de Bragg-hoek. In het kristal worden twee voortplantingsmodi opgewekt. De richting van de energiestroom in A_σ' is over een hoek α naar boven gedraaid en die in B_σ' over dezelfde hoek naar beneden. Verkleining van de invalshoek doet de hoek α steeds meer toenemen. Reeds bij een verschil van slechts enkele boogminuten ten opzichte van θ_B is de energiestroom voor A_σ' evenwijdig met de invallende bundel en die voor B_σ' (die niet langer wordt opgewekt, als gevolg van de randvoorwaarden) evenwijdig met de gereflecteerde bundel. De gehele „waaier” $2\theta_B$ van mogelijke richtingen van de energiestroom wordt dus afgetast door de richting van de invallende golf slechts enkele boogminuten te variëren.

Een tweede gevolg van de aanwezigheid van een lopende golf in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken betreft de absorptie. De voortplantingsmodus A_σ wordt slechts zeer weinig geabsorbeerd, aangezien zijn amplitude ter plaatse van de absorberende elektronen klein is. Voor modi A_σ' , opgewekt door een bundel die iets van de Bragg-hoek afwijkt, is de amplitude in de knopen niet langer nul, hoewel het minimum nog steeds ter plaatse van de absorberende elektronen ligt. Derhalve worden deze modi nog wel minder geabsorbeerd dan willekeurig gerichte golven, maar naarmate de afwijkingen van de Bragg-hoek groter worden, zal de absorptie toenemen, totdat bij afwijkingen van meer dan enkele boogminuten de absorptiecoëfficiënt zijn normale waarde μ_0 bereikt. Voor modi B_σ' heeft de amplitude een maximum in de reflecterende vlakken. Derhalve zullen zij sterker geabsorbeerd worden dan willekeurig gerichte golven, maar met toenemende afwijkingen van θ_B in afnemende mate. De grens is weer de normale absorptiecoëfficiënt μ_0 (die correspondeert met een wisselwerking tussen het golfveld en de gemiddelde elektronendichtheid).

Fig. 8 laat zien wat er gebeurt indien een golf het kristal treft onder een hoek die iets van de Bragg-hoek afwijkt. De invallende straling wordt als een vrij nauwe bundel beschouwd en is aangeduid met een rechte lijn.

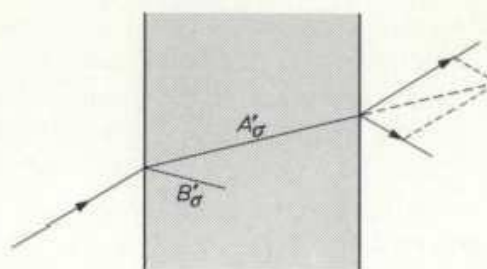


Fig. 8. Bij een invallende bundel die iets van de Bragg-hoek afwijkt wordt de intensiteitsverhouding van doorgaande en gereflecteerde bundel bepaald uit het parallelogram van de energiestroomvectoren.

De beide modi die in het kristal worden opgewekt, planten zich eveneens in nauwe bundels voort, ieder in een afzonderlijke richting^[6]. De modus B_σ' wordt sterk geabsorbeerd en de bundel bereikt bij voldoende dikke kristallen het uittree-oppervlak niet. A_σ' kan het uittree-oppervlak wel bereiken, en daar splitst hij zich weer in een doorgaande en een gereflecteerde golf. De verdeling van de intensiteit over de twee bundels is zodanig dat de vectorsom der energiestroom-vectoren evenwijdig is met de richting van de energiestroom in modus A_σ' en dat de absolute som gelijk is aan de

[6] Daar ze niet evenwijdig zijn, raken de bundels ruimtelijk gescheiden. De interferentie die het patroon van fig. 4 deed ontstaan, treedt derhalve niet langer op.

grootte van de energiestroom van deze modus ter plaatse van het uittree-oppervlak.

Zojuist is reeds het verband geschetst tussen absorptie en energiestroom-richting. In fig. 9 hebben we in een polair diagram de reciproke waarde van de absorptiecoëfficiënt voor voortplantingsmodi A_σ uitgezet

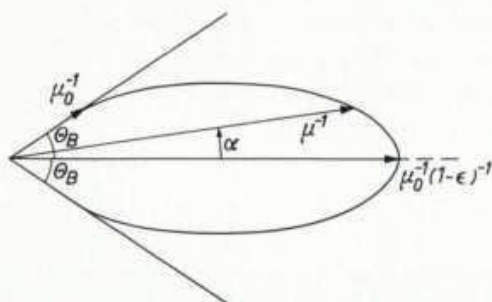


Fig. 9. Polair diagram (schematisch) van de reciproke absorptiecoëfficiënt μ^{-1} voor voortplantingsmodus A_σ als functie van de hoek α die zijn energiestroom maakt met de reflecterende vlakken.

tegen hun energiestroom-richting. We concluderen hieruit dat, naarmate de dikte van het kristal toeneemt, meer en meer stralen uit de waaier $2\theta_B$ geabsorbeerd worden, totdat ten slotte slechts de stralen die nagenoeg evenwijdig zijn met de reflecterende vlakken overblijven. Alleen deze stralen zullen aan het uittree-oppervlak in de doorgaande en de gereflecteerde richting uittreden. Een dik kristal (d.w.z. met $\mu_0 h > 10$, waarbij μ_0 de normale absorptiecoëfficiënt is en h de dikte) werkt dus als een soort collimator, door slechts die stralen uit de divergente invallende bundel door te laten waarbij anomale transmissie optreedt. De uit zo'n kristal uittredende bundels zijn daardoor zeer weinig divergent. De openingshoek bedraagt veelal slechts enkele boogseconden.

In fig. 10 is het resultaat weergegeven van berekeningen volgens de dynamische theorie, waaruit blijkt dat bij anomale transmissie (in de Laue-reflexie) een aanzienlijk scherpere bundel ontstaat dan bij een sym-

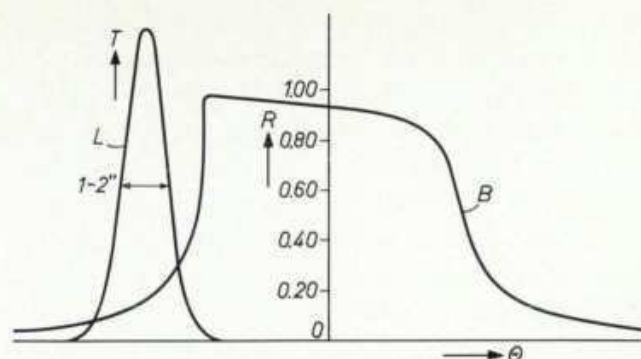


Fig. 10. Resultaat van berekeningen volgens de dynamische theorie van transmissie en reflexie door een bepaald stel roostervlakken van een zelfde perfect kristal. Curve L is berekend voor het geval dat de reflecterende vlakken loodrecht staan op inval- en uittree-oppervlak van het kristal (symmetrische Laue-diffractie), bij curve B staan zij evenwijdig met het kristaloppervlak (symmetrische Bragg-diffractie). T verhouding van doorgelaten en invallende intensiteit (in willekeurige schaal, wegens o.m. de invloed van de dikte van het kristal). R verhouding van gereflecteerde en invallende intensiteit. θ invalshoek. Aangenomen is steeds dat de invallende bundel een vlakke golf is. We zien dat de intensiteitsmaxima in L en B optreden bij invalshoeken die ongeveer 10 boogseconden verschillen, en dat de Laue-diffractie plaatsvindt in een veel smaller hoekgebied dan de Bragg-diffractie.

metrische Bragg-reflexie (d.i. reflexie aan een stel roostervlakken dat evenwijdig is met het kristaloppervlak). Uit deze berekeningen komt ook het interessante feit naar voren dat de invalshoek waarbij het diffractiemaximum optreedt, in deze twee gevallen een verschil vertoont van de orde van grootte van 10 boogseconden. In het volgende hoofdstuk worden experimenten besproken waarmee we deze theoretische uitkomst hebben kunnen bevestigen.

De aanwezigheid van de waaier — of Borrmann-delta, zoals hij soms genoemd wordt — kan duidelijk worden aangetoond door een planparallel plaatje van dislocatievrij germanium in een opstelling voor anomale transmissie te bestralen waarbij men een rooster van koperdraad eerst op het voorvlak plaatst, d.w.z. tussen kristal en röntgenbron, en daarna tussen kristal en film. Fig. 11 toont zulke opnamen. We zien dat de schaduw-

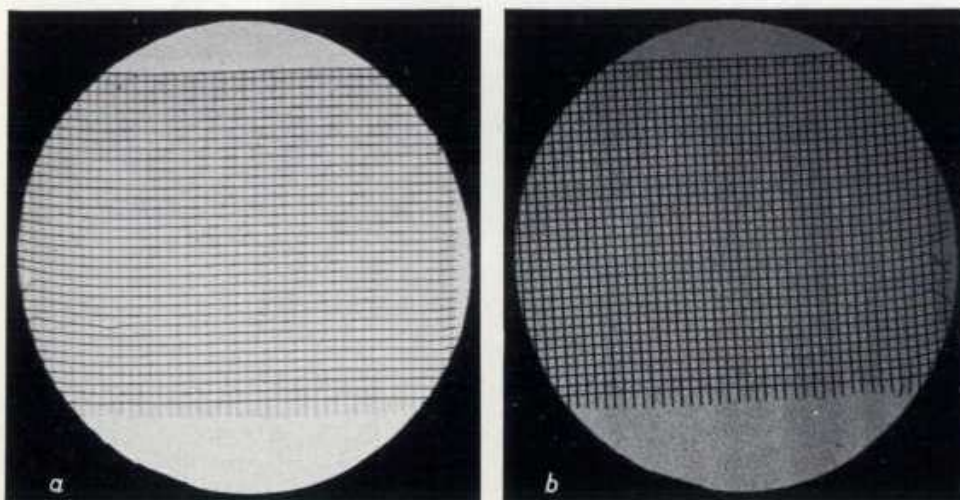


Fig. 11. Ter illustratie van het Borrmann-delta-effect. a) Van een draadrooster op de voorzijde van het kristal (de zijde die naar de röntgenbron is gekeerd) krijgt men een beeld met diffuse schaduwen van de draden die evenwijdig zijn met de reflecterende vlakken. Bij (b) is het rooster op de achterzijde aangebracht en zijn de schaduwbeelden scherp. De draden van het rooster hebben een diameter van 25 μm .

beelden der verticale draden, die evenwijdig zijn met de reflecterende vlakken, in (a) onscherp en in (b) zeer scherp zijn. Uit fig. 12 wordt duidelijk hoe dit komt: een draad aan de voorzijde elimineert van het hierop vallende bundelgedeelte de gehele waaier, zodat er een breed schaduwbeeld ontstaat, terwijl een draad aan de achterzijde slechts de uittredende evenwijdige stralen absorbeert. De invloed van de Borrmann-delta ziet men reeds in fig. 1, waar de zeer nauwe invallende bundel I na doorgang door het kristal relatief brede beelden T en R op de film geeft.

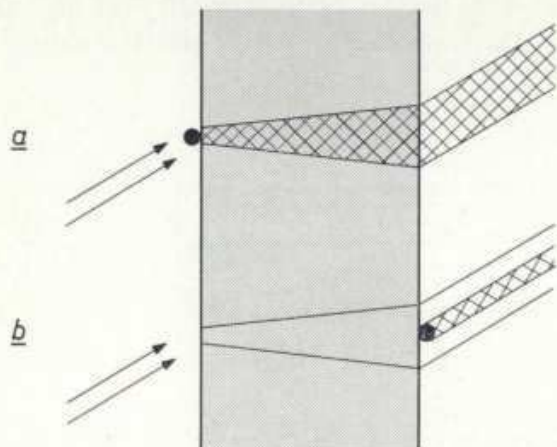


Fig. 12. Diffuse (a) en scherpe schaduwbeelden (b) bij diffractie met een draadrooster aan de voorzijde resp. aan de achterzijde van het kristal.

Bepaling van het absorptieminimum

De minimumwaarde van de absorptiecoëfficiënt wordt gewoonlijk geschreven in de vorm $\mu_0(1 - \epsilon)$, waarin ϵ weinig van 1 verschilt. Zijn precieze waarde hangt van een aantal factoren af. De eerste daarvan is het gebruikte type reflecterend vlak. Bij de bespreking van de absorptie van voortplantingsmodus A_σ hebben we ondersteld dat alle atomen in de reflecterende vlakken liggen; slechts in dat geval zal het minimum van de absorptiecoëfficiënt laag zijn. Echter niet voor alle optredende reflexies in het rooster van germanium is deze onderstelling juist. Fig. 13 geeft een projectie van het rooster op het $(1\bar{1}0)$ -vlak. Hieruit blijkt dat voor de (220) -, $(2\bar{2}4)$ - en (004) -reflexies (en in het algemeen voor alle reflexies met even indices waarvan de som een veelvoud van 4 is) de schaar reflecterende vlakken alle atomen bevat. Voor de (111) -reflexies is dit niet het geval. Daarom verwachten we dat voor de (111) -reflexies (en in het algemeen voor alle reflexies met oneven indices) ϵ veel kleiner dan 1 is. Experimenteel is geverifieerd dat deze reflexies inderdaad een veel minder geprononceerd Borrmann-effect vertonen.

Een andere factor die de waarde van ϵ beïnvloedt is de warmtebeweging. De atomen staan nl. niet stil in

hun evenwichtspositie, maar trillen eromheen en treden daarbij uit het reflecterende vlak.

De wijze waarop ϵ van de temperatuur afhangt blijkt te kunnen worden beschreven met een Debye-Waller-factor, d.i. door een formule $\epsilon = \epsilon_0 \exp(-M)$, op dezelfde manier als de temperatuurafhankelijkheid van de structuurfactor. De waarde van M houdt verband met het gemiddelde kwadraat van de amplitude van de atoomtrillingen en hangt daardoor af van de Debye-temperatuur van het kristal. De waarde van ϵ_0 hangt samen met de verdeling der elektronen om de kern en met de orde van de reflexie.

De waarde van $1 - \epsilon$ is bepaald voor de drie roostervlakken (220) , (400) en (422) van germanium door bij constante temperatuur de intensiteit te meten die anomaal door een wig wordt doorgelaten [7]. Tabel I geeft de resultaten.

Tabel I. Experimentele waarden van $1 - \epsilon$ bij 25 °C voor de reflexies (220) , (400) en (422) in germanium met $\text{CuK}\alpha$ -straling.

Reflexie	$1 - \epsilon$	$\frac{1 - \epsilon}{h^2 + k^2 + l^2}$
220	0,0408	0,00510
400	0,0812	0,00508
422	0,1216	0,00507

Het blijkt dat de absorptiecoëfficiënt het grootst is indien de afstand tussen de reflecterende vlakken het kleinst is. Dit zou men ook verwachten, omdat het effect van de ruimtelijke afmetingen van het atoom en van de warmte trillingen dan des te groter zal zijn. In de praktijk betekent dit dat de anomale transmissie in germanium het grootst is voor (220) -vlakken.

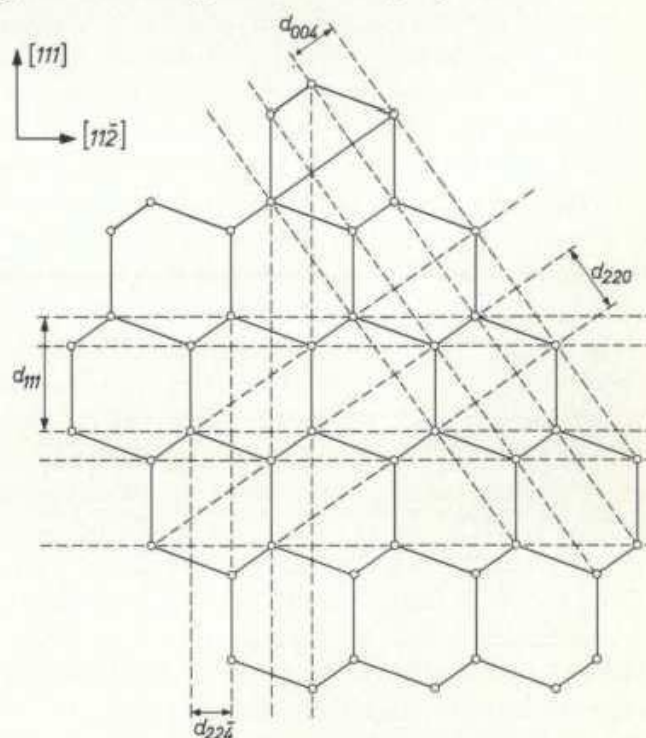


Fig. 13. Projectie van een germaniumkristalrooster op een $(1\bar{1}0)$ -vlak. Vlakken als (220) , $(2\bar{2}4)$ en (004) bevatten alle atomen van het rooster; dit is niet het geval met vlakken als (111) .

[7] B. Okkerse, Philips Res. Repts. 17, 464, 1962.

Uit de tweede kolom blijkt nog dat $1 - \epsilon$ evenredig is met $h^2 + k^2 + l^2$. Dit betekent dat, als de waarde van $1 - \epsilon$ voor één reflexie bepaald is, de waarde voor andere reflexies berekend kan worden.

Experimentele onderzoeken aan anomaal transmissie

Opeenvolgende reflexies in een en hetzelfde perfecte kristal

Dank zij de scherpste van een anomaal doorgelaten bundel kan men hiermee uiterst kleine hoekverschillen meten. Dit kan men b.v. doen door speciale kristalvormen te gebruiken, waarbij een anomaal doorgelaten

maximum bij de invalshoek die correspondeert met het maximum van de Bragg-piek in fig. 10. Op deze wijze hebben we de intensiteit van (220)- en (400)-reflexies in germanium als functie van de invalshoek bepaald. De gevonden waarden kwamen goed overeen met de intensiteiten die men kan berekenen als men de Laue-piek van fig. 10 het gehele gebied van diffractiehoeken laat aftasten [8]. Deze resultaten vormen een fraaie bevestiging van de dynamische theorie.

De methode der opeenvolgende reflexies is buitengewoon gevoelig voor afwijkingen van het kristalrooster: men kan er een hoekverandering van 10^{-7} rad mee constateren. Die krijgt men b.v. bij de gebruikte kristallen

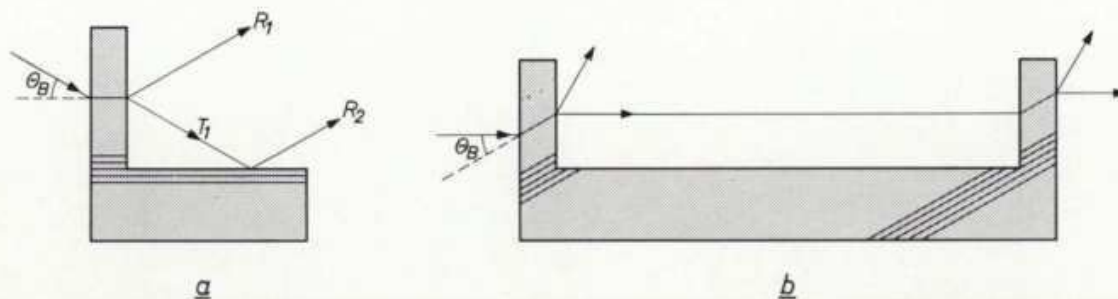


Fig. 14. a) L-vormig kristal, gezaagd met de (220)-vlakken loodrecht op het oppervlak waarop we een röntgenbundel willen laten invallen (links). De bundel ondergaat eerst een Laue-diffractie aan het verticale been van de L, en de doorgaande bundel T_1 ondergaat vervolgens een Bragg-reflexie aan het horizontale been. b) U-vormig kristal; de (220)-vlakken maken nu een hoek Θ_B met de normaal op het invalsoppervlak (links). De bundel ondergaat een Laue-diffractie aan beide benen van de U.

Bij metingen aan zulke kristallen kunnen uiterst kleine veranderingen in de onderlinge oriëntatie van de twee reflecterende delen van het kristal worden bepaald: deze komen tot uitdrukking in een intensiteitsverandering bij de tweede diffractie, aangezien niet meer geheel voldaan is aan de Bragg-voorwaarde.

bundel uit een bepaald gedeelte van het kristal ten tweeden male diffractie ondergaat in een ander deel van hetzelfde kristal. Fig. 14 toont schematisch twee kristallen waarmee we zulke proeven gedaan hebben.

De L-vorm in fig. 14a kan worden gebruikt om te demonstreren dat inderdaad — zoals op grond van de dynamische theorie berekend is (zie fig. 10) — de diffractiehoek in geval van Laue-reflexie (R_1) verschilt van die in geval van Bragg-reflexie (R_2).

Fig. 15 laat zien hoe men door verschillende gewichtjes aan te brengen de relatieve oriëntatie van de twee benen van het L-kristal kan variëren en daarmee de hoek waaronder de anomaal doorgelaten bundel op het horizontale been van de L valt. Als er geen gewicht wordt gebruikt, en er derhalve aangenomen mag worden dat de reflecterende vlakken in beide benen evenwijdig zijn, is de intensiteit van de optredende Bragg-reflexie relatief zwak. De invalshoek voor de Bragg-reflexie is in deze stand gelijk aan de hoek die overeenkomt met het maximum van de Laue-piek in fig. 10. We zien dat inderdaad slechts een geringe intensiteit verwacht mag worden. De intensiteit neemt toe als we de invalshoek groter maken, en ze bereikt een maxi-

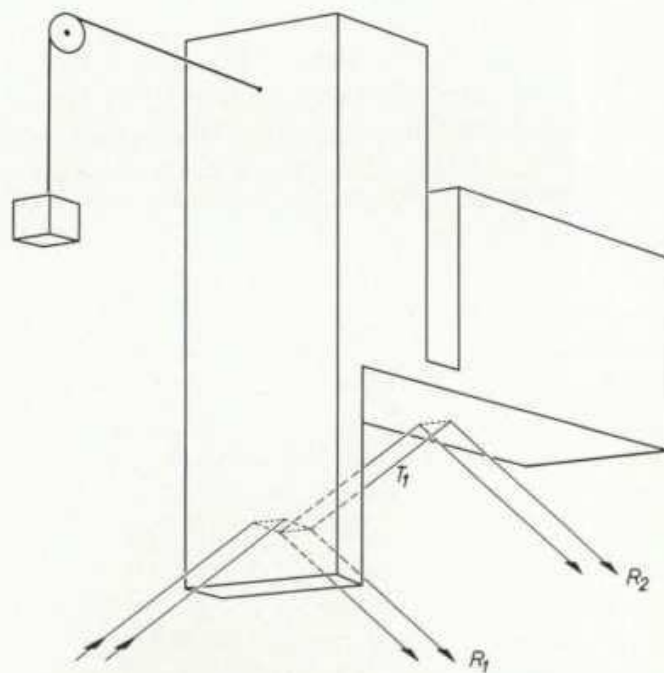


Fig. 15. Speciale kristalvorm voor proeven als geschetst in fig. 14a. Door verschillende belastingen aan te brengen, wordt de smalle brug van het kristal elastisch verbogen, en aldus wordt de invalshoek aan het horizontale been van de L gevarieerd. (De kristaldelen waar diffractie plaatsvindt worden hierbij niet gedeformeerd.)

bij een kromming met een kromtestraal van 500 km! De methode kan ook worden gebruikt om de brekingsindex te meten [9]. Dit is met behulp van $\text{CuK}\alpha$ -straling gedaan voor een aantal kunststoffen. De methode is geschetst in fig. 16. De gevonden waarden verschillen

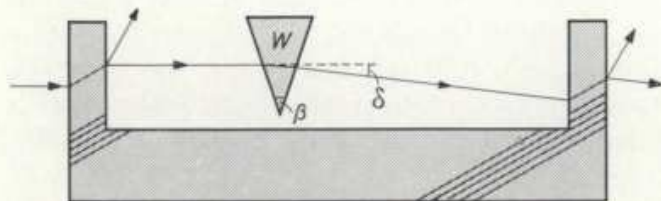


Fig. 16. Ten gevolge van breking in het prisma W verandert de richting van de doorgaande bundel met een hoek δ . Door de richtingsverandering is de Bragg-voorwaarde niet meer geheel vervuld. De resulterende vermindering in intensiteit kunnen we compenseren door buiging van het U-kristal; dit levert ons de waarde van δ . De brekingsindex n wordt vervolgens berekend met de bekende formule voor minimumdeviatie [9]: $n = \sin \frac{1}{2}(\beta - \delta) / \sin \frac{1}{2}\beta$. (Bij een prisma gemaakt van kunststof bedraagt de afwijking δ minder dan 1 boogseconde! In de figuur is deze afwijking veel groter getekend. Doordat de afwijking in werkelijkheid zo gering is, kan de energiestroomrichting in het tweede been van de U evenwijdig met de reflecterende vlakken gemaakt worden door een geringe buiging van het horizontale deel van het kristal.)

slechts enkele miljoenensten van 1. (Ter verklaring van de figuur brengen we in herinnering dat de brekingsindex voor röntgenstralen kleiner dan 1 is: bij overgang van lucht naar een voor röntgenstralen dichter medium worden de stralen derhalve van de normaal af gebroken.)

Nog een toepassing van de methode der opeenvolgende reflecties is de röntgeninterferometer, die het eerst is beschreven door Bonse en Hart in 1965 [10]. Fig. 17 toont er het principe van.

Het instrument bestaat uit een groot, perfect monokristal van silicium dat in de vorm van een letter E gezaagd is [11]. Iedere arm van de E is zo dik dat er anomale transmissie van $\text{CuK}\alpha$ -straling, b.v. via de (220)-vlakken, kan plaatsvinden. De röntgenbundel die invalt op de arm S wordt door Laue-diffractie in twee coherente bundels D^S_T en D^S_R gesplitst. Bij het bereiken van het zg. spiegelkristal M ondergaan deze opnieuw Laue-diffractie, zodat de bundels $D^{M_{TT}}$, $D^{M_{TR}}$, $D^{M_{RR}}$ en $D^{M_{RT}}$ ontstaan. De geometrie is zodanig — M ligt precies halverwege A en S — dat de bundels $D^{M_{TR}}$ en $D^{M_{RR}}$ een zelfde deel van het oppervlak van het analysatorkristal A treffen en met elkaar interfereren. Als resultaat treden uit A twee bundels, $D^A_T = D^{A_{TRR}} + D^{A_{RRT}}$ en $D^A_R = D^{A_{TRT}} + D^{A_{RRR}}$, elk bestaande uit twee anomaal doorgelaten bundels, van onderling coherente golven die met elkaar in fase zijn. Wordt nu in één van de bundels vóór A , b.v. D^S_T , een fazeverandering teweeggebracht door de bundel een stuk materiaal te laten passeren, dan zal dit fazeverschil ook optreden in de bundel $D^{M_{TR}}$ (en in $D^{M_{TT}}$) en daarmee ook in $D^{A_{TRR}}$ en $D^{A_{TRT}}$. Het resultaat is een verminderde intensiteit in de bundels D^A_T en D^A_R . Aangezien anomaal doorgelaten bundels nagenoeg niet divergent zijn, komen variaties van de fazeverandering over de dwarsdoorsnede van zo'n bundel in de lokale intensiteit tot uitdrukking. Een fotografische plaat waarop men hetzij D^A_T hetzij D^A_R laat vallen, zal dus in zijn zwartingspatroon de fazevariaties weergeven die het gevolg zijn van plaatselijke verschillen in weglengte of van inhomogeniteiten van het in de bundel geplaatste materiaal.

Een interferentiepatroon zal ook optreden bij een iets afwijkende stand van een van de armen van de E. Hiervan kan op verschillende manieren gebruik worden gemaakt [12].

Invloed van roosterafwijkingen op anomale transmissie

De tot dusver besproken dynamische diffractietheorie betrof uitsluitend perfecte kristallen. Echte kristallen zijn doorgaans niet volmaakt periodiek, maar bezitten een verscheidenheid van fouten die aan de periodiciteit afbreuk doen, waardoor de diffractie-eigenschappen worden beïnvloed. Een voorbeeld is het mozaïekkristal, waarbij de kleine oriëntatieverschillen in het kristal de periodiciteit op lange afstand volledig verstoren, zodat de voorwaarden voor anomale transmissie in het geheel niet meer aanwezig zijn.

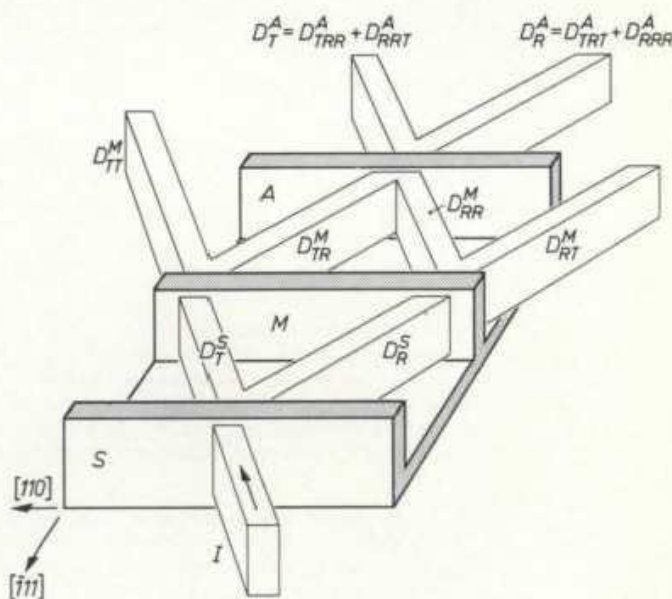


Fig. 17. Ter toelichting van het principe van de röntgeninterferometer.

Een veel geringere verstoring van het rooster krijgt men als gevolg van een lichte elastische deformatie. In dit geval kan men verwachten dat de invloed van de vervorming zich laat beschrijven zoals in de geometrische optica gebeurt voor de voortplanting van een bundel in een medium met geleidelijk veranderende brekingsindex.

Op grond van deze analogie is inderdaad aan de dynamische theorie een uitbreiding gegeven [13]. De vervorming van het kristal wordt beschreven door een geleidelijk veranderende roostervector, en men neemt daarbij aan dat een optredende modus bij de voortplanting in het kristal enkelvoudig blijft. Ter aanpas-

[9] B. Okkerse, Philips Res. Repts. **18**, 413, 1963.

[10] B. Okkerse, Philips Res. Repts. **20**, 377 en 389, 1965.

[11] U. Bonse en M. Hart, Appl. Phys. Letters **6**, 155, 1965.

[12] U. Bonse en M. Hart, Appl. Phys. Letters **7**, 99, 1965.

[13] U. Bonse en M. Hart, Z. Physik **190**, 455, 1966.

[14] P. Penning en D. Polder, Philips Res. Repts. **16**, 419, 1961.

sing aan de veranderende roosterparameter moet het karakter van de voortplantingsmodus geleidelijk veranderen en daarmee ook zijn energiestroom-richting. In het algemeen vindt men dat de bundel zich langs een gekromde baan in het kristal voortplant. Aan het uittree-oppervlak ontstaan een doorgaande en een gereflecteerde bundel, zoals bij een niet-gedeformeerde kristal. De verhouding van hun intensiteiten hangt af van de hoek die de bundel in het kristal met het uittree-oppervlak maakt.

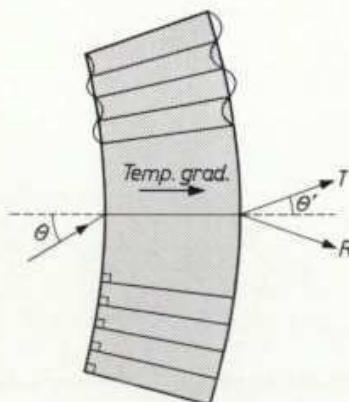


Fig. 18

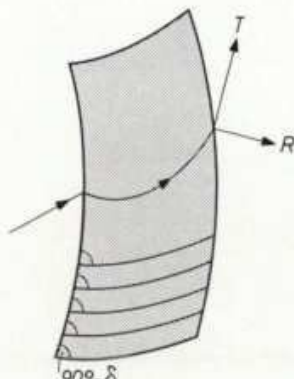


Fig. 19

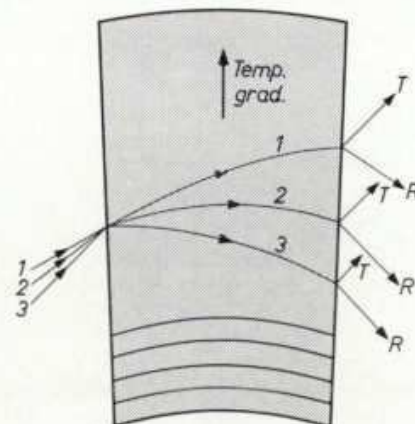


Fig. 20

Fig. 18. Een kristalplaatje wordt zodanig vervormd dat een schaar roostervlakken een waaier vormen (zonder daarbij zelf gebogen te worden). In dit kristal kan een staande cilindrische golf optreden waarvan de knooppvlakken samenvallen met de uitwaaiende vlakken. Dit betekent dat de absorptie bij transmissie gering blijft. Doorgaande en gereflecteerde bundel treden nu uit onder een hoek θ' die kleiner is dan de hoek van inval ^[14]. Dit type vervorming kan worden verwezenlijkt met een temperatuurgradiënt evenwijdig met de reflecterende vlakken.

Fig. 19. De baan van een röntgenbundel in een vervormd kristal met gekromde roostervlakken. De kromming van de bundel is zeer veel groter dan de kromming van het rooster (ongeveer een factor $10^4 \times$ zo groot). Er treedt extra-absorptie op. Bijzonder kleine vervormingen kunnen hierdoor gedetecteerd worden.

Fig. 20. Een kristal waarin een temperatuurgradiënt is aangebracht loodrecht op de reflecterende vlakken. Verandering van de invalshoek verandert de baan van de bundel in het kristal. Baan 1: aan het uittree-oppervlak is de energiestroom evenwijdig met de reflecterende vlakken. Baan 2: dito in het midden van het kristal. Baan 3: dito aan het invalsoppervlak. Baan 2 is de baan met de minste absorptie. De intensiteit van R is voor 1 ongeveer gelijk aan die van T ; voor 2 en 3 is de intensiteit van R groter dan die van T ^[15].

We geven nu enkele voorbeelden van verschillende typen vervorming en hun effect op de anormale transmissie.

Voorbeeld 1. Als alle atomen in de reflecterende vlakken evenwijdig met deze vlakken verschoven worden, verwachten we geen effect, daar de afstand tussen de reflecterende vlakken niet verandert. Alle atomen liggen nog steeds in de knooppvlakken van voortplantingsmodus A . Ook bij uniforme uitzetting of inkrimping van het kristal treedt (vrijwel) geen verandering in de transmissie op, aangezien de periodiciteit gehandhaafd blijft; de Bragg-hoeken veranderen echter enigszins.

Voorbeeld 2. Een kristal waarin de reflecterende vlakken loodrecht op het inval- en het uittree-oppervlak staan, wordt zo gebogen dat de reflecterende vlakken

sprong hebben in de as van buiging: in dat geval liggen weer alle atomen van het rooster in knooppvlakken.

Voorbeeld 3. Is de vervorming zodanig dat zij een kromming van de roostervlakken veroorzaakt, dan nemen we een aanzienlijke verandering in doorgaande en gereflecteerde intensiteit waar ^[15]. Een dergelijke situatie doet zich voor als de roostervlakken in het laatste voorbeeld niet loodrecht op het oppervlak staan (fig. 19), of als in het kristal een temperatuurgradiënt loodrecht op de reflecterende vlakken wordt teweeggebracht (fig. 20). De bundel in het kristal wordt onder deze omstandigheden sterk gekromd. Deze kromming is zeer veel groter dan die van de roostervlakken (ca. $10^4 \times$ zo groot), zodat de bundel over het grootste gedeelte van zijn baan in het kristal roostervlakken zal

snijden en dientengevolge een aanzienlijke absorptie zal ondergaan. De intensiteiten van de uit het kristal trekkende doorgaande en gereflecteerde bundel hangen af van de hoek die de bundel in het kristal met het uittreepoppervlak maakt. De baan van de bundel hangt ook af van de invalshoek.

Voorbeeld 4. Fig. 21 toont het effect van het spanningsveld rondom een *kras*. De deformatie van het rooster in de buurt van de kras doet de intensiteiten van doorgaande en gereflecteerde bundel afnemen, zodat de kras op de foto zichtbaar wordt als een gebied van verminderde intensiteit. Wordt het gedeformeerde gedeelte verwijderd, b.v. door etsen, dan is de kras in de röntgenfoto's niet meer waarneembaar, hoewel de sporen van de kras dikwijls nog wel optisch als een groef te zien zijn. Buiging van het kristal veroorzaakt spanningsconcentraties om de groef, waardoor de „kras” in röntgenopnamen weer zichtbaar wordt.

Voorbeeld 5. Dislocaties vormen weer andere afwijkingen van het rooster, in het inwendige van het kristal. In de buurt van een dislocatie vallen de atoomplaatsen niet precies samen met de knopen van het golfveld, en dit leidt tot een verminderde anomale transmissie. Indien men röntgenopnamen maakt met een evenwijdige, onder de Bragg-hoek invallende bundel, zullen deze dan ook *schaduw*en van dislocaties kunnen bevatten (mits het kristal nagenoeg perfect en voldoende dik is). Op dit principe berust de methode van Barth-Hosemann^[16] voor het zichtbaar maken van dislocaties, die wij thans nader zullen bespreken.

De methode van Barth-Hosemann lijkt op de methode van Lang, die eerder in dit tijdschrift is beschreven^[17]. Een essentieel verschil echter is dat bij de methode van Lang slechts zeer dunne kristallen kunnen worden gebruikt ($\mu_0 h < 1$), en bij de methode van Barth-Hosemann slechts dikke ($\mu_0 h > 10$). Als gevolg hiervan verschijnen de dislocaties bij de methode van Lang als gebieden met een *grotere* intensiteit dan de omgeving.

Het zichtbaar maken van dislocaties met behulp van anomale transmissie

Het principe van de methode van Barth-Hosemann is schematisch voorgesteld in fig. 22. In een nagenoeg perfect kristal van voldoende dikte ($\mu_0 h > 10$) kunnen slechts de stralen die bijna evenwijdig zijn met de reflecterende vlakken het uittreepoppervlak bereiken. Daardoor zal zowel de gereflecteerde bundel als de doorgaande bundel op een film een projectiebeeld (topogram) van het doorlopen volume van het kristal geven, waarin de beelden van alle punten die in één richting evenwijdig met de reflecterende vlakken achter elkaar liggen, zullen samenvallen. In de praktijk gebruikt men

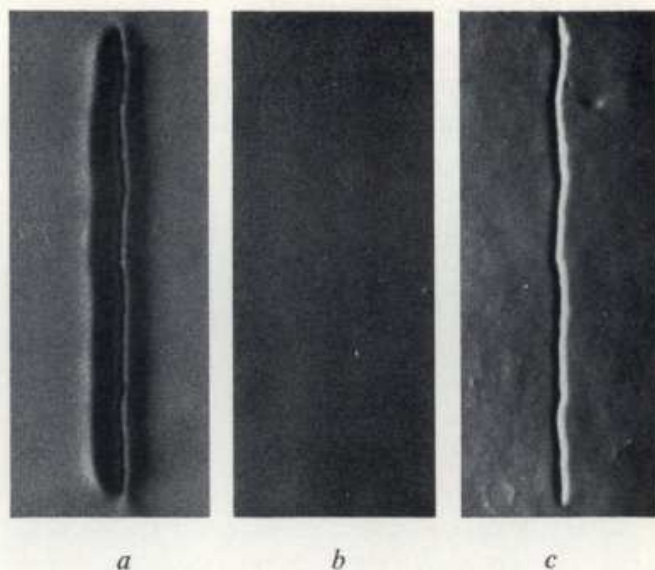


Fig. 21. *a*) Invloed die een kras op de achterzijde van een germaniumkristal op de anomale transmissie heeft. Bij *(b)* is de kras weggeëtsd. Bij *(c)* is vervolgens het kristal gebogen. Bij *(a)* is het rooster rondom de kras verstoord, bij *(c)* zijn de spanningen rondom de achtergebleven groef groter dan in het overige deel van het gebogen kristal. Het scherpe contrast in *(c)* wordt veroorzaakt door de verschillende kromming der roostervlakken aan beide zijden van de groef, waardoor in het ene geval de intensiteit van de gereflecteerde bundel groter is dan die van de doorgaande en in het andere geval kleiner. De opnamen zijn gemaakt met de gereflecteerde bundels.

meestal alleen de gereflecteerde bundel, en onderschept men de doorgaande bundel met een loden scherm. Omdat het kristal zelf als een vlakke collimator werkt, mag de divergentie van de invallende bundel in één richting, nl. loodrecht op de reflecterende vlakken, tamelijk groot zijn. Het enige nadeel van zo'n divergente bundel is dat stralen zowel onder de Bragg-hoek

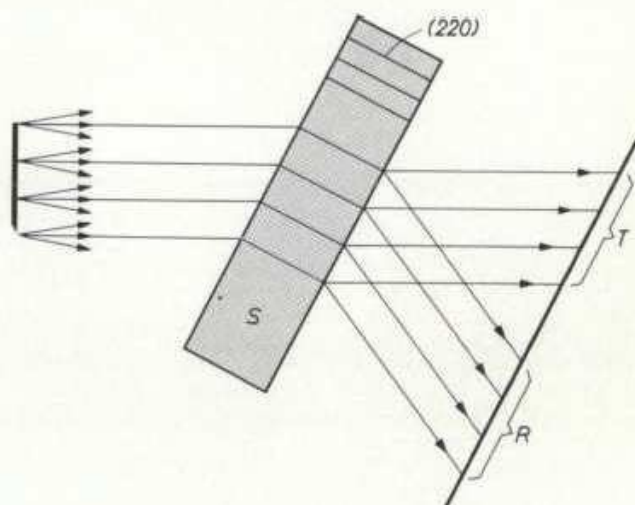


Fig. 22. Een divergente bundel röntgenstraling valt op een perfect kristal *S*. De stralen waarvan de invalshoek niet meer dan enkele boogseconden van de Bragg-hoek verschilt zullen normaal worden doorgelaten, terwijl alle andere sterk geabsorbeerd zullen worden in het dikke kristal. Dislocaties die zich in het doorstraalde gebied van het kristal bevinden worden op de film zowel in het *T*-beeld als in het *R*-beeld zichtbaar als gebieden van geringere zwarting.

[14] H. Cole en G. E. Brock, *Phys. Rev.* **116**, 868, 1959.

[15] B. Okkerse en P. Penning, *Philips Res. Repts.* **18**, 82, 1963.

[16] H. Barth en R. Hosemann, *Z. Naturf.* **13a**, 792, 1958.

[17] A. E. Jenkinson, *Philips techn. T.* **23**, 192, 1961.

voor de $K\alpha_1$ -golflengte als onder de Bragg-hoek voor de $K\alpha_2$ - en mogelijk ook voor de $K\beta$ -golflengte aanwezig zijn, zodat er meervoudige beelden zullen ontstaan. Dit bemoeilijkt het scheiden van dislocaties die in de genoemde richting dicht bij elkaar liggen.

Het scheidend vermogen in de richting *evenwijdig* met de reflecterende vlakken hangt geheel af van de afmeting van het röntgenfocus in deze richting. Het kristal geeft in deze richting generlei collimatie. Hoe kleiner deze afmeting van het focus, hoe beter het scheidend vermogen.

Om beelden afkomstig van $\text{CuK}\beta$ -straling te vermijden, kunnen we op het uittreevenster van de röntgenbuis een nikkelfilter aanbrengen. Als alternatief kunnen we de $K\beta$ -beelden elimineren door voorafgaande collimatie, dat wil zeggen door de hoekspreiding van de invallende bundel kleiner te maken dan het verschil in Bragg-hoek van de $K\alpha$ - en de $K\beta$ -straling. In de experimentele opstelling die in het Philipslaboratorium te Eindhoven wordt gebruikt (fig. 23) is dit laatste toegepast. Het schijnbare röntgenfocus hierin is 1×1 mm

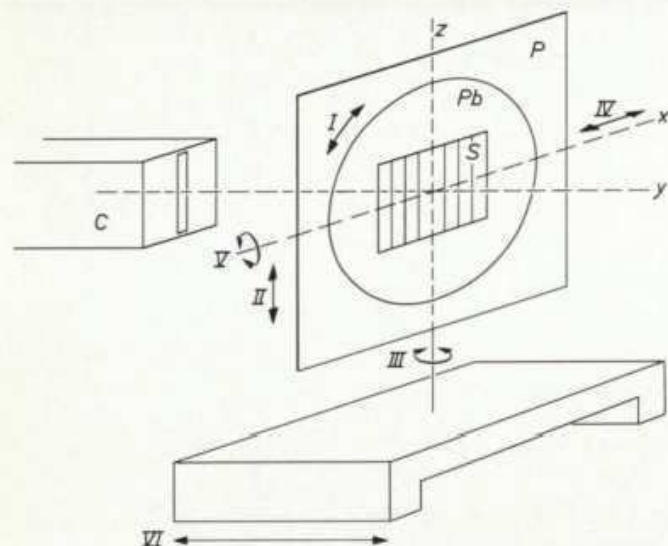


Fig. 23. Schets van de in het Philipslaboratorium te Eindhoven gebruikte apparatuur voor het opnemen van topogrammen volgens de Barth-Hosemann-methode. Een geschikte röntgenbron is het standaardapparaat Philips PW 1010 met koperanode. De opnamen kunnen het best worden gemaakt met 26 kV, 36 mA. Hierbij is de verhouding van karakteristieke tot continue straling gunstig.

Het kristal S wordt voor een opening van de loden plaat Pb geplaatst, die wordt bevestigd aan de plaat P van de goniometer. Het geheel moet zo georiënteerd worden dat de reflecterende vlakken van het kristal evenwijdig zijn met het vlak van de lintvormige röntgenbundel die uit de collimator C treedt. Hiertoe kan P gedraaid worden om de as y (I). Instelling in verticale richting is eveneens mogelijk (II). Door draaiing (III) om de verticale as wordt op de juiste Bragg-hoek ingesteld. Een heen- en weergaande beweging (IV) langs de as x zorgt ervoor dat de bundel het kristal aftast. Nog een bewegingsmogelijkheid is draaiing om de as x (V). Ten slotte kan de goniometer in zijn geheel langs de as y verschoven worden (VI). De filmhouder wordt bevestigd op de voet van de goniometer, en loopt dus met het kristal heen en weer. De film kan ten opzichte van elk der bundels onder iedere gewenste hoek geplaatst worden, maar doorgaans is opstelling evenwijdig met het kristal het beste. Een der bundels kan worden onderschept.

groot. Daar de bundel in de richting loodrecht op de reflecterende vlakken smal is, moeten we het kristal in deze richting „aftasten”, ten einde een compleet beeld van het kristal te krijgen. Bewegen we kristal en film te zamen met dezelfde snelheid in dezelfde richting, dan ontstaan in de opeenvolgende posities elkaar overlappende diffractiebeelden waarbij de topografische relatie tussen kristal en film bewaard blijft. De aftastbeweging heeft als bijkomend voordeel dat de lokale variaties van de intensiteit die zich in de röntgenbron voordoen, uitgemiddeld worden.

Aan de hand van fig. 24 berekenen we nu de afstand δx tussen de $K\alpha_1$ - en de $K\alpha_2$ -beelden, om na te

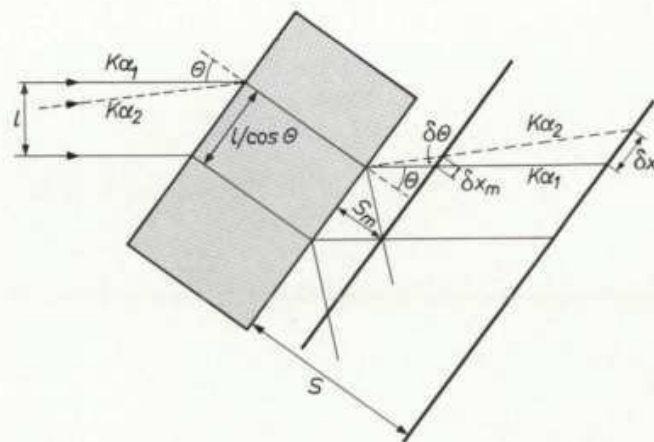


Fig. 24. Ter berekening van de minimumafstand δx_m van $\text{CuK}\alpha_1$ - en $\text{CuK}\alpha_2$ -beelden op de film, waarbij de bundelbreedte l en de afstand S van kristal tot film van belang zijn.

gaan in welke mate de meervoudigheid van het beeld het scheidend vermogen beïnvloedt. Deze afstand is op de film:

$$\delta x = \frac{S \delta \theta}{\cos^2 \theta}.$$

Wegens $\lambda = 2d \sin \theta$ wordt dit:

$$\delta x = \frac{S \sin \theta}{\cos^3 \theta} \times \frac{\delta \lambda}{\lambda}.$$

De minimumafstand δx_m van de beelden treedt op als we de film zo dicht mogelijk bij het kristal plaatsen, d.i. op een afstand

$$S_m = \frac{l}{2 \sin \theta}.$$

Daar l in dit geval 1 mm is, kunnen we berekenen dat δx_m voor (220)-reflexies in germanium $1,5 \mu\text{m}$ wordt. Dit is voldoende klein om voor de praktijk geen hinderlijke beperking van het scheidend vermogen te veroorzaken.

We willen nog opmerken dat er bij de gebruikte röntgenbuis ook een schijnbaar focus van $10 \times 0,1$ mm beschikbaar is. Daar de bundel daarbij veel breder is in de richting loodrecht op de

reflecterende vlakken, behoeven we het kristal niet af te tasten (wat evenwel het nadeel heeft dat we de intensiteitsvariaties van de röntgenbron niet uitmiddelen). Aangezien l in deze opstelling 10 mm is, kunnen we berekenen dat de splitsing in $K\alpha_1$ - en $K\alpha_2$ -beelden het scheidend vermogen in dit geval wel ernstig aantast. Er is echter een manier om hieraan te ontkomen, nl. door de film direct tegen het uittree-oppervlak van het kristal te plaatsen en zo de afstand der $K\alpha_1$ - en $K\alpha_2$ -beelden tot vrijwel nul te reduceren, met als bijkomend voordeel dat nu zowel de doorgaande als de gereflecteerde bundel tot het beeld bijdragen, hetgeen de belichtingstijd verkort. Er is echter een voorwaarde aan deze laatste maatregel verbonden, nl. dat het kristal ondoorzichtig moet zijn voor alle straling die niet onder de Bragg-hoek invalt. Het kristal moet dus zelf als filter werken en b.v. geen kortgolvlige „witte” straling doorlaten. (Dergelijke doorgelaten, verstrooide straling vormt geen groot probleem als de film zich op enige afstand van het kristal bevindt, aangezien de hoeken waar-

Het is belangrijk dat alle beschadigingen van het oppervlak worden verwijderd, daar anomale transmissie hiervoor even gevoelig is als voor andere roosterafwijkingen. Het verwijderen kan geschieden door op geschikte wijze te etsen. De uiteindelijke dikte van het kristal moet aan de voorwaarde $\mu_0 h > 10$ voldoen; bij gebruik van $\text{CuK}\alpha$ -straling is een geschikte dikte voor germanium ca. 1 mm, voor silicium ca. 2 mm, en voor galliumarsenide ca. 1 mm. De oriëntatie van de plaatjes was bij onze experimenten nauwkeurig binnen 1° met $\{111\}$ -, $\{110\}$ - of $\{112\}$ -vlakken als grensvlakken, zodat de loodrecht hierop staande $\{220\}$ -, $\{400\}$ - en $\{422\}$ -vlakken voor reflexie konden worden gebruikt.

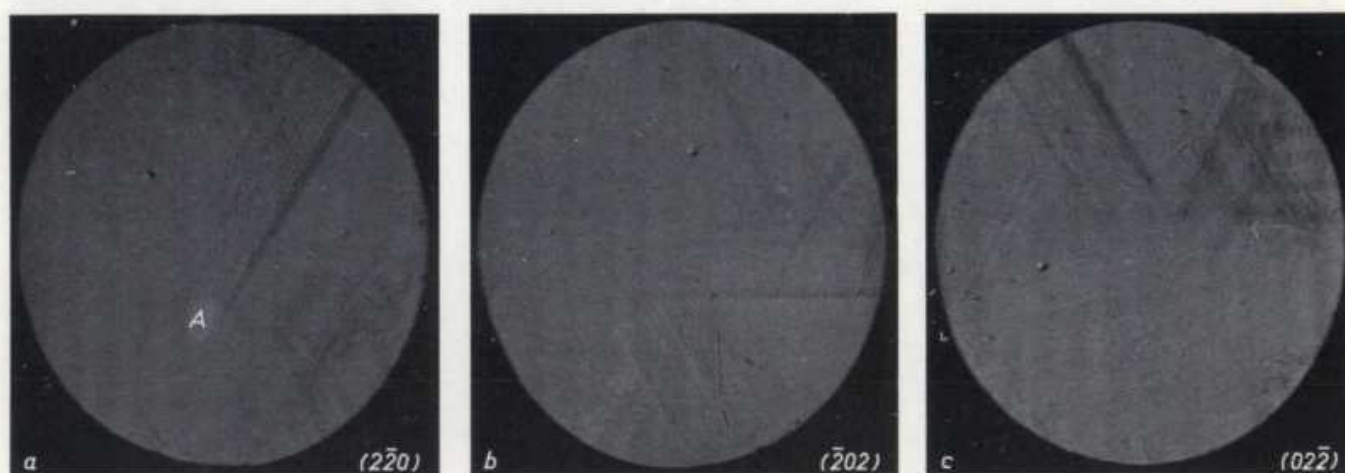


Fig. 25. Drie topogrammen van een galliumarsenidekristal gemaakt met behulp van anomale transmissie, met als reflecterende vlakken resp. $(2\bar{2}0)$, $(\bar{2}02)$ en $(02\bar{2})$. De rij dislocaties die bij A zichtbaar zijn liggen in het $(1\bar{1}\bar{1})$ -vlak, een glijvlak. Bij wijze van voorbeeld laten we zien hoe uit deze topogrammen de richting van de Burgers-vectoren kan worden afgeleid. We mogen daarbij aannemen dat de Burgers-vector in galliumarsenide een der zes $\langle 110 \rangle$ -richtingen heeft (en $\frac{1}{2}a/2$ groot is). Aangezien de Burgers-vector in het $(1\bar{1}\bar{1})$ -vlak moet liggen, zijn er drie mogelijke richtingen: $[\bar{1}10]$, $[101]$ en $[011]$. We mogen voorts aannemen dat de dislocatie met een sterk contrast zichtbaar zal zijn als zijn Burgers-vector loodrecht op de reflecterende vlakken staat, en met een flauw contrast als deze evenwijdig is met de reflecterende vlakken. Het scherpe contrast in het $(02\bar{2})$ -topogram (c) elimineert de mogelijkheid $[011]$, aangezien deze richting in het $(02\bar{2})$ -vlak ligt. Zou $[\bar{1}10]$ de richting van de Burgers-vector zijn, dan moet het contrast in het $(2\bar{2}0)$ -vlak licht. Zou $[101]$ de richting van de Burgers-vector zijn, dan moet het contrast in het $(2\bar{2}0)$ -vlak sterk zijn (want de richting $[\bar{1}10]$ staat loodrecht op het $(2\bar{2}0)$ -vlak), en bovendien moeten (b) en (c) een zelfde (zwakker) contrast vertonen (aangezien de $[\bar{1}10]$ -richting gelijke hoeken maakt met het $(\bar{2}02)$ - en het $(02\bar{2})$ -vlak. Er is echter een duidelijk verschil in contrast tussen (b) en (c). Als enige mogelijkheid blijft de $[101]$ -richting over, en inderdaad nemen we in het $(\bar{2}02)$ -topogram de dislocaties met een gering contrast waar ($[101]$ ligt in het $(\bar{2}02)$ -vlak), terwijl (a) en (c) een even sterk contrast laten zien.

onder het grootste deel van deze straling uittreedt sterk afwijken van de Bragg-hoek voor $\text{CuK}\alpha$ -straling.) Kristallen die deze filterwerking voor $\text{CuK}\alpha$ -straling bezitten, zijn germanium en galliumarsenide. Deze materialen hebben een röntgenabsorptiekant van zodanige spectrale ligging dat zowel langgolvlige als kortgolvlige straling in aanzienlijke mate wordt geabsorbeerd. Bij silicium daarentegen ligt deze absorptiekant zodanig dat de korte golven niet sterk verzwakt worden, zodat de film merkbaar gesluierd wordt.

Topogrammen en hun interpretatie

Fig. 25a, b en c tonen drie topogrammen van een galliumarsenidekristal^[18], die gemaakt zijn met resp. $(2\bar{2}0)$, $(\bar{2}02)$ en $(02\bar{2})$ als reflecterende vlakken. Zoals de theorie voorspelt, verschijnen de dislocaties als plaatsen van verminderde transmissie.

[18] Dit kristal werd gemaakt door het Battelle Memorial Institute, Genève.

Een interessante bijzonderheid van deze opnamen is de vorm van het dislocatiebeeld. Dislocaties die van voren naar achteren door het kristal lopen geven een spits driehoekig beeld, waarbij het spitse einde correspondeert met het uittree-oppervlak van het kristal. Dit is een gevolg van het reeds genoemde Borrmann-delta-effect. Experimenteel blijkt dat de breedte van het beeld ook wordt beïnvloed door de dichtheid van de dislocaties. Hoe groter deze dichtheid, hoe smaller het beeld.

Het contrast van de dislocatiebeelden hangt af van de hoek tussen de Burgers-vector van de dislocaties en

het reflecterende vlak. Aan de hand van uit verschillende richtingen opgenomen topogrammen, zoals fig. 25, kan men zich derhalve verdere informatie over de dislocaties verschaffen. In de topogrammen (a) en (c), die gemaakt zijn met resp. $(2\bar{2}0)$ en $(02\bar{2})$ als reflecterend vlak, nemen we de dislocaties *A* met een sterk contrast waar, terwijl dit contrast in het topogram (b) voor dezelfde dislocaties slechts flauw is. Uit zulke verschillen in contrast kan men de richting van de Burgers-vector van de dislocaties afleiden. In het beschouwde geval is de conclusie dat de Burgers-vector de $[101]$ -richting heeft.

Samenvatting. Onderzoekt men de röntgentransmissie door een nagenoeg perfect en voldoende dik kristal (b.v. van germanium), dan vindt men bij bestraling onder de Bragg-hoek voor bepaalde scharen reflecterende vlakken het volgende: a) De intensiteit van de doorgaande bundel is vele orden van grootte groter dan men zou verwachten uit de kinematische theorie die gewoonlijk voor niet-perfecte kristallen wordt toegepast. b) De energiestroom is evenwijdig met de reflecterende vlakken. c) De doorgaande en de gereflecteerde bundel treden met gelijke energie uit. d) De divergentie van de uittredende bundels is uiterst klein (veel minder dan 1 boogminuut). Deze verschijnselen, de zg. anomale transmissie, kunnen worden verklaard door de dynamische theorie, die in dit artikel wordt besproken. De eigenschap (d) maakt het

mogelijk zeer kleine hoeken te meten, van de orde van grootte van 10^{-7} rad. Op deze wijze kon duidelijk een klein verschil in diffractiehoek vastgesteld worden afhankelijk van het feit of de diffractie plaatsvond bij een kristal met het inval- en het uittree-oppervlak evenwijdig met de reflecterende vlakken (symmetrische Bragg-diffractie) of loodrecht op de reflecterende vlakken (symmetrische Laue-diffractie). De anomale transmissie is uiterst gevoelig voor dislocaties en voor roosterafwijkingen ten gevolge van elastische vervorming en levert daardoor een middel om een kristal op zijn perfectie te toetsen. Een kromming van rooster-vlakken met een straal van enige honderden kilometers is reeds te constateren! Op de anomale transmissie is de methode van Barth-Hosemann om dislocaties zichtbaar te maken gebaseerd.

Recente wetenschappelijke publikaties

Deze publikaties zijn afkomstig van medewerkers van laboratoria en fabrieken, behorende tot of samenwerkende met ondernemingen van het Philipsconcern, in het bijzonder van medewerkers van de navolgende research-laboratoria:

Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven	<i>E</i>
Mullard Research Laboratories, Redhill (Surrey), Engeland	<i>M</i>
Laboratoires d'Electronique et de Physique Appliquée, Limeil-Brévannes (S.O.), Frankrijk	<i>L</i>
Philips Zentrallaboratorium GmbH, Laboratorium Aken, Weisshausstrasse, 51 Aachen, Duitsland	<i>A</i>
Philips Zentrallaboratorium GmbH, Laboratorium Hamburg, Vogt-Kölln-Strasse 30, 2 Hamburg-Stellingen, Duitsland	<i>H</i>
MBLE Laboratoire de Recherche, 2 avenue Van Becelaere, Brussel 17 (Boitsfort), België.	<i>B</i>

Van de meeste dezer publikaties zullen binnenkort overdrukken beschikbaar zijn. Men kan deze aanvragen bij het betrokken laboratorium (zie de codeletter) of bij de Administratie van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

J. Basterfield & M. J. Prescott: X-ray-diffraction topographic studies of magnetic-domain configurations in terbium iron garnet.

J. appl. Phys. **38**, 3190-3192, 1967 (No. 8). *M*

L. K. H. van Beek, J. Helfferich, H. Jonker & Th. P. G. W. Thijssens: Properties of diazosulfonates, Part II. The rate of the reaction between 2-methoxybenzene-diazonium and sulfite ions.

Rec. Trav. chim. Pays-Bas **86**, 749-754, 1967 (No. 8). *E*

P. Beekenkamp: De structuur van glasachtige boraten en borofosfaten.

Klei en Keramiek **17**, 230-249, 1967 (No. 8). *E*

H. C. J. van Beukering & H. H. M. van der Aa: A rolling diaphragm seal for high pressures and high speeds.

3rd Int. Conf. on Fluid Sealing, Cambridge, England, 1967, p. G4 21-35. *E*

G. Blasse: Magnetische wisselwerking via verschillende diamagnetische ionen.

Chem. Weekblad **63**, 361-362, 1967 (No. 32). *E*

G. Blasse & A. Brill: Structure and Eu^{3+} -fluorescence of lithium and sodium lanthanide silicates and germanates.

J. inorg. nucl. Chem. **29**, 2231-2241, 1967 (No. 9). *E*

G. Blasse & A. Brill: Investigations of Tb^{3+} -activated phosphors.

Philips Res. Repts. **22**, 481-504, 1967 (No. 5). *E*

R. Bleekrode: Absorption and emission spectroscopy of C_2 , CH and OH in low-pressure oxyacetylene flames. Thesis, Amsterdam 1966. *E*

P. Blume & A. Stecker: Physikalische Eigenschaften von Lochstreifenpapier, I, II, III.

Feinwerktechnik **71**, 262-271, 325-334, 518-527, 1967 (Nos. 6, 7, 11). *H*

P. F. Bongers: Toepassing van de ligandenveldtheorie in de kristalchemie.

Chem. Weekblad **63**, 353-361, 1967 (No. 32). *E*

J. C. Brice: The kinetics of growth from solution.

J. Crystal Growth **1**, 218-224, 1967 (No. 4). *M*

A. Broese van Groenou: Magnetic after-effects in high-amplitude fields.

Philips Res. Repts. **22**, 463-480, 1967 (No. 5). *E, M*

K. H. J. Buschow & J. F. Fast: Crystal structure and magnetic properties of some rare earth germanides.

Phys. Stat. sol. **21**, 593-600, 1967 (No. 2). *E*

K. H. J. Buschow & J. H. N. van Vucht: Comments on "The aluminium-rich parts of the Al-Sm and Al-Dy systems".

J. less-common Met. **13**, 369-370, 1967 (No. 3). *E*

H. B. G. Casimir: Van der Waals-Wechselwirkungen. *Naturwiss.* **54**, 435-438, 1967 (No. 15/16). *E*

H. J. van Daal & A. J. Bosman: Hall effect in CoO , NiO , and $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$.

Phys. Rev. **158**, 736-747, 1967 (No. 3). *E*

J. B. Davies: Propagation in rectangular waveguide filled with skew uniaxial dielectric.

IEEE Trans. MTT-15, 372-376, 1967 (No. 6). *M*

H. Dormont, J. Frey, J. Salmon & M. Valton: Contribution à l'établissement d'une nouvelle équation cinétique.

C.R. Acad. Sci. Paris **264A**, 978-980, 1967 (No. 22). *L*

P. Eckerlin, A. Rabenau & H. Nortmann: Zur Kenntnis des Systems $\text{Be}_3\text{N}_2\text{-Si}_3\text{N}_4$, III. Darstellung und Eigenschaften von BeSiN_2 .

P. Eckerlin: idem, IV. Die Kristallstruktur von BeSiN_2 . *Z. anorg. allgem. Chemie* **353**, 113-121, 225-235, 1967 (Nos. 3/4, 5/6). *A*

- I. Flinn, G. Bew & F. Berz:** Low frequency noise in MOS field effect transistors. Solid-State Electronics **10**, 833-845, 1967 (No. 8). *M*
- L. Fraiture & J. Neirynek:** Optimum elliptic-function filters for distributed constant systems. IEEE Trans. **MTT-15**, 482-483, 1967 (No. 8). *B*
- R. Genève:** Modulation de la lumière. Rev. HF **7**, 1-20, 1967 (No. 1). *L*
- W. van Haeringen:** Polarization properties of a single-mode operating gas laser in a small axial magnetic field. Phys. Rev. **158**, 256-272, 1967 (No. 2). *E*
- G. E. G. Hardeman, G. B. Gerritsen & R. P. van Staple:** Effect of random crystal fields on the electron-nuclear double-resonance spectrum of cobalt-doped ZnSe. Phys. Rev. **160**, 281-286, 1967 (No. 2). *E*
- E. Himmelbauer & J. C. Francken:** On the sensitivity of oscilloscope tubes. Philips Res. Repts. **22**, 515-540, 1967 (No. 5).
- F. M. Klaassen:** High-frequency noise of the junction field-effect transistor. IEEE Trans. **ED-14**, 368-373, 1967 (No. 7). *E*
- F. M. Klaassen & J. Prins:** Thermal noise of MOS transistors. Philips Res. Repts. **22**, 505-514, 1967 (No. 5). *E*
- H. Koelmans & H. C. de Graaff:** Drift phenomena in CdSe thin film FET's. Solid-State Electronics **10**, 997-1005, 1967 (No. 10). *E*
- J. A. Kok, J. W. Poll & C. E. G. van Vroonhoven:** Electrostatic purification of insulating liquids. Appl. sci. Res. **17**, 461-478, 1967 (No. 6). *E*
- W. Kwestroo & P. H. G. M. Vromans:** Preparation of three modifications of pure tin (II) oxide. J. inorg. nucl. Chem. **29**, 2187-2190, 1967 (No. 9). *E*
- B. Lersmacher, H. Lydtin & W. F. Knippenberg:** Zur Technologie der pyrolytischen Graphit-Herstellung. Chemie-Ing.-Technik **39**, 833-842, 1967 (No. 14). *A, E*
- P. Leuthold:** Filternetzwerke mit digitalen Schieberegistern. Promotionsarbeit, Zürich 1967. *E*
- M. H. van Maaren, G. M. Schaeffer & F. K. Lotgering:** Superconductivity in sulpho- and selenospinel. Physics Letters **25A**, 238-239, 1967 (No. 3). *E*
- P. Massini & G. Voorn:** The effect of ferredoxin and ferrous ion on the chlorophyll sensitized photoreduction of dinitrophenol. Photochem. Photobiol. **6**, 851-856, 1967 (No. 11). *E*
- H. A. Meijer & J. J. de Jong:** Einfluß der Austenitisierungsbedingungen und einer Tiefkühlbehandlung auf die mechanischen Eigenschaften von gehärtetem Werkzeugstahl. Archiv Eisenhüttenw. **38**, 735-742, 1967 (No. 9). *E*
- R. Memming & G. Schwandt:** Potential and charge distribution at semiconductor-electrolyte interfaces. Angew. Chemie: Int. Edit. in English **6**, 851-861, 1967 (No. 10); German Edit. **79**, 833-844, 1967 (No. 19). *H*
- J.-P. Morel:** Etude par l'effet Mössbauer de l'aimantation spontanée des deux sous-réseaux de fer dans le ferrite NiFe_2O_4 . J. Phys. Chem. Solids **28**, 629-634, 1967 (No. 4). *E*
- R. Mühlstroh & H. G. Reik:** Optical absorption by small polarons in *p*- and *n*-type lanthanum cobaltite. Phys. Rev. **162**, 703-709, 1967 (No. 3). *A*
- W. C. Nieuwpoort & G. Blasse:** Het ionogene bindingsmodel. Chem. Weekblad **63**, 497-501, 1967 (No. 44). *E*
- A. van Oostrom:** Adsorption of nitrogen on single-crystal faces of tungsten. J. chem. Phys. **47**, 761-769, 1967 (No. 2). *E*
- A. van Oostrom:** Totaldruckmessung nach dem Ionisationsprinzip und ihre Störeffekte. Vakuum-Technik **16**, 159-167, 1967 (No. 7). *E*
- D. Polder & W. van Haeringen:** Circular polarization in a $j = 1 \rightarrow j = 0$ transition laser. Physics Letters **25A**, 337-338, 1967 (No. 4). *E*
- H. J. Prins:** The distribution of the brightness of stars. A Poisson process with "time"-dependent parameter. Statistica neerl. **21**, 131-149, 1967 (No. 2). *E*
- F. A. Staas, A. K. Niessen & W. F. Druyvesteyn:** Some experiments on the distribution of a transport current in sheets of superconductors of the second kind. Philips Res. Repts. **22**, 445-462, 1967 (No. 5). *E*
- T. L. Tansley:** Spectral response of *p-n* heterojunctions. Phys. Stat. sol. **23**, 241-252, 1967 (No. 1). *M*
- A. Venema:** Thermionic emission. Handbook of Vacuum Physics, ed. A. H. Beck, Vol. 2, Parts 2/3, p. 179-298; Pergamon Press, Oxford 1966. *E*
- W. L. Wanmaker & D. Radielović:** Luminescentie van fosfaten. Chem. Weekblad **63**, 486-494, 1967 (No. 43).
- C. Weber:** Analogue and digital methods for investigating electron-optical systems. Thesis, Eindhoven 1967. *E*
- J. te Winkel & B. C. Bouma:** An investigation into transistor cross-modulation at VHF under AGC conditions. IEEE Trans. **ED-14**, 374-381, 1967 (No. 7). *E*